NA
2710
.J66
1840

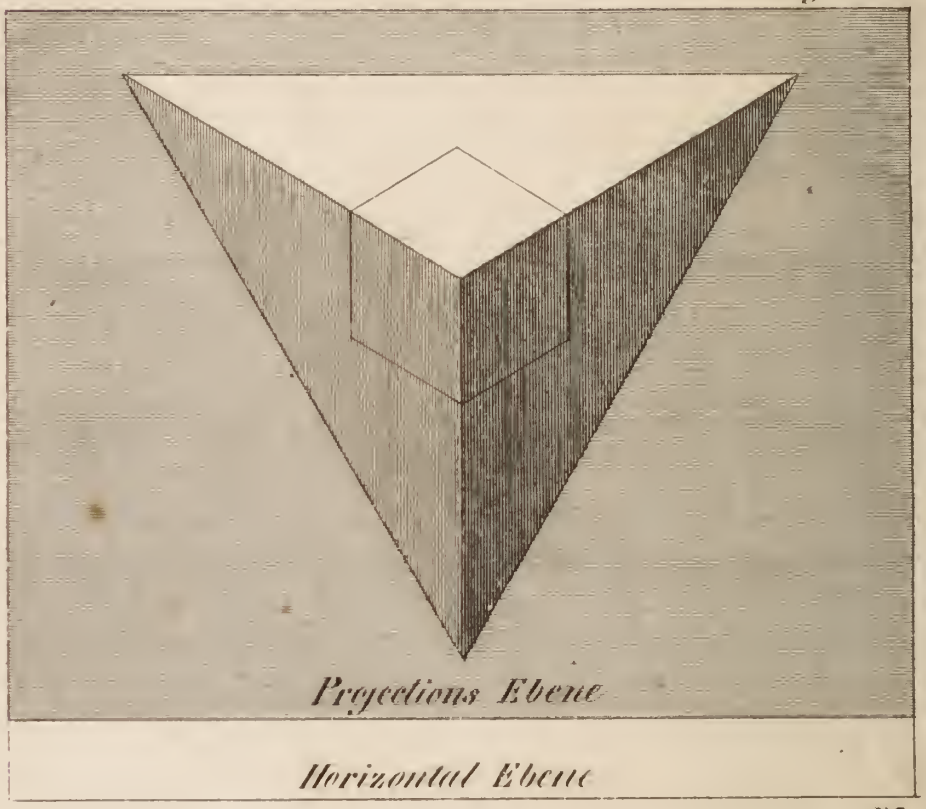
Joseph Jopling

Die Anwendung der isometrischen Perspective

THE LIBRARY
BRIGHAM YOUNG UNIVERSITY
PROVO, UTAH

DIE ANWENDUNG
der
isometrischen Perspective
von
JOSEPH JOPLING
Architect

Fig. 176



Die Horizontal Ebene, und ihre Neigung zur Projections Ebene

Aus dem Englischen
von
CARL von KÖNIG
mit 33 Lithogr: Tafeln.

WIEN
Verlag von J. G. Heubner.

604.245
J749a

Die Anwendung

der

isometrischen Perspective.

Von

JOSEPH JOPLING,

Architekten.

Aus dem Englischen,

von

Carl von König.

Mit **33** lithographirten Tafeln.

WIEN, 1840.

Verlag von J. G. Heubner.

THE LIBRARY
BRIGHAM YOUNG UNIVERSITY
PROVO, UTAH

Vorrede.

Als es der Verfasser versuchte, den Lesern des Mechanic's Magazine den grossen Vortheil der isometrischen Perspective zu schildern, hatte er auch nicht die entfernteste Idee, eine Abhandlung über diesen Gegenstand schreiben zu wollen. Er nahm jedoch keinen Anstand, der an ihn ergangenen Aufforderung hierzu Folge zu leisten, und sich dieser Arbeit zu unterziehen, denn er hatte in seiner früheren Praxis alle Schwierigkeiten, die ihm vorgekommen waren, durch Beharrlichkeit überwunden, und er glaubte nicht, dass dieses Werk so viele Zeit wegnehmen, so viele Seiten anfüllen, und so viele Zeichnungen, als, wie er hofft, nicht ohne offenbaren Nutzen beigefügt sind, erfordern würde.

Es ist vielleicht nicht nöthig zu erwähnen, dass der erste Entwurf zu dieser Abhandlung, dem, was nun dem Publikum vorliegt, durchaus nicht ähnlich ist; auch wäre es überflüssig, das allmählige Fortschreiten von der ersten Idee bis zur letzten Vollendung nachzuweisen, oder alle die Zeichnungen aufzuzählen, aus welchen die Auswahl getroffen worden ist.

Wie jemand, der mit der Oertlichkeit der Strassen, Gassen und Plätze einer Stadt wohl be-

kannt ist, nicht denselben Nutzen aus der Karte davon ziehen wird, wie ein Fremder; so ist es auch möglich, dass diejenigen, welche mit der Perspective und Projection bereits wohl vertraut sind, dieselbe Anwendung davon zu machen im Stande wären, ohne eine weitere Erklärung, als jene, welche Professor Farish gegeben hat; — aber indem der Verfasser darauf aufmerksam macht, dass er es versucht habe, für Anfänger zu schreiben, hegt er auch das Vertrauen, dass in dessen Forschungen über diesen Gegenstand selbst der Erfahrenste irgend Etwas finden werde, was ihm nützlich seyn, was ihm in der Ausübung mit Vortheil anwendbar erscheinen, und was ihn zur Entdeckung der einfachsten und kürzesten Methode der Darstellung irgend eines besondern Gegenstandes, wie auch zu dem Versuche der Feststellung anderer einzelnen Thatsachen leiten kann.

Es wird bei der Erklärung unseres vorliegenden Gegenstandes zur grossen Bequemlichkeit dienen, dass eine so grosse Zahl von Beispielen gegeben wurde. Während jedoch einerseits das Buch umfangreich genug seyn wird, um den Namen einer „ausführlichen Erläuterung“ zu verdienen, so muss auch anderseits anerkannt werden, dass es unmöglich sey, allen Schwierigkeiten, welche einem Anfänger aufstossen können, zuvor zu kommen. Sollten daher dennoch Schwierigkeiten vorkommen, so

wird der Zeichner finden, dass nebst der persönlichen Mittheilung das beste Mittel, sich zu unterrichten, in der eigenen Uebung und Beharrlichkeit zu finden sey. Wenn derselbe seinen Zweck auf dem einen Wege nicht erreichen kann, so versuche er einen andern, auf solche Weise wird er bald denjenigen finden, welcher der richtige und zugleich der kürzeste ist.

Da die meisten der dieser Abhandlung beigefügten Projectionen auf wenigstens sechserlei verschiedene Arten angesehen werden können, so mögen diese Zeichnungen für so viel als beiläufig ein Tausend Darstellungen von verschiedenen Objecten, oder von Objecten in verschiedenen Stellungen gelten.

Es war die Absicht des Verfassers, sich so kurz als möglich zu fassen, und eine solche Wahl von Körpern zu treffen, dass dieselben den zusammenfassendsten Ueberblick der Sache in dem vorgezeichneten Raume gewähren sollten. Er hofft, dass alle seine Zeichnungen wohl verständlich seyen, und dass er wenig oder nichts Ausserwesentliches angeführt habe, nichts, dessen Stelle durch andere Beispiele von einfacherer, natürlicherer, oder klarerer Construction auszufüllen wäre.

Wenn der Anfänger die verschiedenen Beispiele (und einige derselben in grösserem Maasstabe), mit Beihülfe des Triangels, des Parallelbre-

tes, der Tangenten-Scala, der Ellipsenform und des Proportionalzirkels nach Erforderniss eines jeden Falles gezeichnet haben wird, so wird er hoffentlich im Stande seyn, diese Art der Darstellung auch auf andere complicirtere Objecte zu übertragen. Selbst jene, welche bereits einen Begriff von der Sache erlangt haben, werden wahrscheinlich von der Leichtigkeit überrascht werden, welche diese Instrumente, besonders der Triangel, das Parallelbret, und die Ellipsenform bei der Darstellung von Objecten mit vielen und abwechselnden Linien und Flächen gewähren.

Vorrede

zur zweiten Auflage.

Der Verfasser hat in der ersten Auflage dieses Werkes sein Möglichstes gethan, dasselbe in den vorgezeichneten Gränzen so vollständig als möglich zu liefern. Obwohl nun in einem sehr kurzen Zeitraume eine zweite Auflage erforderlich wurde, so hat er doch diese Gelegenheit benützt, einige seiner Meinung nach wichtige Zusätze zu machen, und er hegt das Vertrauen, dass das Werk nun so vollkommen verbessert sey, dass es ohne Scheu neuerlich der Würdigung des Publikums übergeben werden könne.

Derselbe hat lange Zeit in Betrachtung gezogen, dass eine neue Auflage eines Buches mit Zusätzen und Verbesserungen als ein offenbares Unrecht an den Abnehmern der früheren Ausgabe erscheine, so wie jeder unveränderte Abdruck derselben einleuchtend von geringerem inneren Werthe seyn wird. Da es aber eben so einleuchtend ist, dass selbst eine Annäherung zur Vollkommenheit nur durch allmähliges Fortschreiten erlangt werden könne, so ist es auch gewiss, dass die zweite Auflage sicher nicht veröffentlicht worden wäre, wenn nicht der Absatz der ersten dazu Muth gemacht hätte.

Diess wird, wie der Verfasser hofft, für jene, welche dieses Buch in Schutz genommen haben, zur Genugthuung und zur Ermunterung dienen, auch andere zu begünstigen, und derselbe erlaubt sich nur noch beizufügen, dass nur auf solche Weise fernere Fortschritte, sowohl in Entwicklung der theoretischen Grundsätze, als in ihrer vortheilhaften Anwendung, zur Oeffentlichkeit gelangen können.

Die vielen günstigen Bemerkungen über die erste Auflage, welche nebst den Aufsätzen, die in dem Mechanic's und in dem „Architectural Magazine" veröffentlicht worden, und welche vorzüglich zur Bekanntmachung und schnellen Verbreitung dieser bequemen Methode, die Ansichten der Gegenstände zu zeichnen, behülflich waren, sind für den Verfasser eine Quelle grosser Beruhigung darüber, dass er sich dem geäusserten Wunsche zu Folge dem Geschäfte unterzog, eine practische Abhandlung über die isometrische Perspective zu schreiben.

Die Anwendung der isometrischen Perspective.

Professor Farish in Cambridge hat den Namen „isometrische Perspective“ einer eigenthümlichen Projection, welche einen Würfel (Fig. 1) darstellt, gegeben. Es liegt im Begriffe dieses Ausdruckes, dass die Maase der Darstellung der Linien, welche jede Fläche des Würfels begränzen, gleich seyen. F. 1.

Man definirt den Würfel gewöhnlich als eine „körperliche Gestalt, welche von sechs gleichen Quadratflächen eingeschlossen ist.“ Um jedoch den Nutzen und die Anwendung dieser Perspective deutlicher erklären zu können, mögen noch folgende Eigenschaften hinzugefügt werden:

Ein Würfel hat zwölf Kanten von gleicher Länge, wovon jede die Gränzlinie zweier Flächen bildet. Er hat acht Ecke oder körperliche Winkel, welche durch das Zusammentreffen von drei Flächen entstehen. Er enthält endlich sechs Diagonalebenen, oder kann nach der Diagonale auf sechserlei Weise geschnitten werden.

Jede Diagonalebene ist ein rechtwinkeliges Parallelogramm; sie sind aber einander gleich, und sind die grössten ebenen Schnitte, welche im Würfel hervorgebracht werden können.

Die Diagonalen dieser Parallelogramme sind die längsten geraden Linien, welche in dem Würfel gezogen werden könne. Da jede Diagonalebene zwei Diagonalen enthält, und da sechs solche Diagonalebenen vorhanden sind, so möchte es scheinen, dass der Würfel zwölf Diagonalen enthalte; es sind aber nur vier von diesen längsten Linien vorhanden, deren Endpunkte die acht Ecken bilden, da eine jede die gemeinschaftliche Diagonale dreier Diagonalebenen ist.

Wenn durch den Würfel ein Schnitt parallel einer seiner Flächen geführt wird, so wird er ein Quadrat bilden, welches einer solchen Fläche gleich ist.

Ein anderer Schnitt, welcher in einer Ebene geführt wird, die durch vier Flächen des Würfels geht, wird entweder ein Quadrat, ein rechtwinkeliges Parallelogramm, einen Rhombus oder ein Trapezoid bilden.

Der Würfelschnitt, welcher durch drei Flächen geht, ist entweder ein gleichseitiges Dreieck, oder ein gleichschenkeliges, oder endlich ein ungleichseitiges Dreieck.

Eine Ebene, welche fünf Würfelflächen durchschneidet, wird eine fünfseitige Figur, aber nie ein regelmässiges Fünfeck hervorbringen.

Derjenige Schnitt endlich, dessen Ebene durch sechs Flächen des Würfels geht, wird eine sechsseitige Figur bilden, und wenn die Ebene des Schnittes zwei Kanten an jeder Fläche in zwei Hälften theilt, so wird dieselbe ein regelmässiges Sechseck seyn.

Die Projection eines Würfels zu zeichnen (Fig. I).

F. 2. Das Quadrat A B C D (Fig. 2) sey eine Fläche des Würfels. Man ziehe die zwei Diagonalen A D und B C, verzeichne den Winkel a B C gleich 30^0, nehme dann a B als Halbmesser,
F. 3. und beschreibe damit den Umkreis (Fig. 3). Mit demselben Radius theile man die Peripherie des Kreises in sechs gleiche Theile, ziehe die drei Halbmesser von dem Mittelpunkte 1 zu den Punkten 3, 5 und 7, und verbinde die Punkte des Sechseckes 2, 3, 4, 5, 6 und 7 durch gerade Linien.

Zu allgemeinen Zwecken ist die Anwendung eines Triangels mit Winkeln von 30^0, 60^0 und 90^0 mit einem Parallelbrete zu empfehlen, anstatt dass man die Richtungen obiger Linien durch die erwähnte Eintheilung auffinde.

Wenn das Parallelbret an den Radius 1—7 im rechten Winkel angelegt, und die längere Kathete des Triangels an den Rand des Parallelbretes angebracht wird, so können mittelst der andern Kathete und der Hypothenuse des Triangels und durch Umkehrung des Ganzen alle anderen Linien gezogen werden, was deutlich ersehen werden kann, wenn man ein Parallelbret und einen Triangel auf die Zeichnung (Fig. 3) anwendet.

Wenn Fig. 2 die genaue Grösse der Fläche eines Würfels ist, so werden Fig. 1 und 3 in einer mässigen Entfernung als die richtigen Darstellungen eines Würfels von derselben Grösse erscheinen, von welcher sie die genauen Projectionen sind. Wenn jede Fläche des Würfels hundert Quadratfuss enthält, so wird A B Fig. 2 ein Maasstab von hundert Fuss seyn, womit die Länge jeder Linie, oder die Entfernung von was immer für Punkten in oder an dem Würfel bestimmt werden kann, und mittelst desselben können auch die Grundrisse, Aufrisse und Durchschnitte von was immer für einem Gegenstande gezeichnet werden. Nach demselben Maasstabe können auch die grösseren Diagonalen 3 — 5, 5 — 7, oder 7 — 3, an den drei Flächen der Abbildung des Würfels (Fig. 3), oder Linien in jeder Fläche, welche diesen Diagonalen parallel sind, gemessen werden.

Wenn man aus den verschiedenen Theilungspunkten, welche wir in dem Maasstabe A B als angebracht voraussetzen, parallele Linien zu A D zieht, so wird in demselben Verhältnisse auch die Linie a B getheilt werden und einen Maasstab von hundert Fuss bilden, nach welchem die Länge aller Linien, welche in jeder Fläche in Fig. 3 den Halbmessern oder den Seiten des Sechseckes parallel gezogen werden, messbar sind, und womit in den erwähnten Richtungen die Dimensionen irgend eines geradlinigen und rechtwinkligen Objectes aufgetragen, und die Darstellungslinien gezogen, oder die Entfernungen gemessen werden können, mittelst welcher die Lage eines Punktes oder die Richtung einer schiefen Linie oder Ebene bestimmt zu werden vermag. Mit Hülfe des Proportional-Zirkels, welchem das Adjustirungs-Zeichen aufgedrückt seyn kann, wird man das Verhältniss von a B : A B, und demnach das isometrische Maas irgend einer Linie, in einem Grundrisse, Aufrisse, oder Durchschnitte des Objectes, welches man zu projectiren beabsichtiget, finden.

In dieser Projection des Würfels sind ein Eck oder körperlicher Winkel, drei Kanten und drei Flächen verdeckt, und drei Flächen, sieben Ecke, und neun Kanten sind sichtbar dargestellt, wobei alle Linien von derselben Länge sind.

Erklärung der Darstellung des Würfels,

wie er in Fig. 1 und 3 projectirt ist, und Betrachtungen über diese Perspective.

F. 4. Es sey in Fig. 4 ein Würfel, dessen Quadratfläche gleich A B C D ist, mittelst einer auf die Oberfläche senkrechten Ebene in der Richtung der Diagonale A D geschnitten, so stellt das Parallelogramm 1, 4, 7, 8, den Schnitt vor, welcher eine Diagonalebene bildet. Man ziehe in diesem Durchschnitte die Diagonale von 1 nach 8, und senkrecht auf dieselbe die Linie P p, die wir als die Richtung der Ebene annehmen, auf welcher die Darstellung des Würfels geschehen soll, und welche die Projectionsebene heisst.

Man verlängere die Diagonale von 8 nach 1 auf unbestimmte Entfernung, und nehme an, dass sich das Auge des Beobachters in dieser Linie befinde, wenn es den Punkt 1 ansieht, der auf den Punkt 8 projectirt wird. Wenn das Auge auf den Punkt 4 sieht, wovon 4′ die Projection ist, so nehmen wir es in einer Linie an, welche durch 4′ — 4 hervorgebracht wird. Wenn das Auge auf den Punkt 7 gerichtet ist, wovon 7′ die Projection ist, so wird es in der Linie, welche von 7′—7. gebildet wird, angenommen.

Nun ist die Entfernung von 4′ nach 7′ die Länge der Darstellung der Diagonale 4 — 7 auf der Projectionsebene P p, und ist gleich dem Diameter des Kreises in Fig. 3, wobei die Punkte und Nummern beider Figuren einander entsprechen.

So wird es auch einleuchten, dass die Linien 4′ — 8 eine Projection der Linie 1 — 4, nämlich der Diagonale des Quadrates sey, und zugleich auch eine Projection der Linien 4 — 8, nämlich der Seite des Quadrates; und weiters ist die Entfernung 7′— 8 die Projection der Linie 1 — 7 und der Linie 7 — 8. Diess beweist uns, dass die Projection der Seite und der Diagonale des Quadrates unter diesem besonderen Winkel von gleicher Länge sey, und dass 8 — 4′ oder 8 — 7′ ein Maasstab für die Verzeichnung der Länge der Seite eines Quadrates oder des Halbmessers des Kreises sey. Diess ist ein anderer Weg, um zu demselben Resultate zu gelangen, welches wir bei der Erklärung von Fig. 2 gefunden haben.

Wenn man aus einer Karte die Gestalt von 1 — 1 — 4′ — 7′ — 7 schneidet, und den Würfelschnitt 1 — 4 — 7 — 8 nebst der Diagonale 1 — 8 darauf einzeichnet, dann den Punkt 8 der Karte über den Punkt 8 in Fig. 3 so anbringt, dass die Diagonale 1 — 8 auf dem Papiere senkrecht steht, und in dieser Lage die Karte über jeden der drei Halbmesser dreht, so wird man die Lage und Projection der drei Diagonalebenen ersehen, welche auf der Projectionsebene senkrecht stehen, und die Diagonale 1 — 8 mit einander gemein haben. In der einen dieser Stellungen werden die Senkrechten, welche von den Endpunkten der auf der Karte gezeichneten schiefen Diagonale 4 — 7 auf die Projectionsebene gedacht werden, mit den Punkten 2 und 5 zusammentreffen, in der anderen Stellung mit den Punkten 3 und 6, in der dritten endlich mit den Punkten 4 und 7, nämlich mit den Scheiteln der Winkel des Sechseckes.

Bringt man die Karte oder das Papier, worauf die Darstellung des Würfels, wie in Fig. 3, verzeichnet ist, mit irgend einer Horizontalebene unter dem Winkel H P p auf dem Kupfer des Titelblattes (oder dem Winkel H P p in Fig. 4) zusammen; verschafft man sich einen Würfel, dessen Flächen gleich dem Quadrate in Fig. 2 sind, und nummerirt man dessen Ecke; erhebt man den Würfel über die Horizontalebene, bis ein Eck desselben, z. B. Nro. 8, sich in dem Mittelpunkte der Zeichnung auf der Projectionsebene, das Eck Nro. 1 aber sich senkrecht über diesem Punkte befindet, so werden die anderen Ecke des Würfels, wenn eines derselben auf Nro. 2 der Zeichnung senkrecht steht, auf allen anderen Winkeln des auf der Projectionsebene verzeichneten Sechseckes senkrecht seyn; die Fläche A des Würfels wird mit der Horizontalebene eine parallele, die Fläche B und C gegen dieselbe eine senkrechte Lage haben. Erweitert man in dieser Lage des Würfels die Ebenen der drei Flächen A, B und C, bis sie die Projectionsebene erreichen, so werden sie eine Pyramide bilden, welche ein gleichseitiges Dreieck zur Basis, und einen kubischen Winkel zur Spitze hat, wie es auf dem Kupfer des Titelblattes dargestellt ist, und wovon q p Fig. 4 die Linie der Grundfläche bezeichnet, welche auf dem Maasstabe Fig. 3 senkrecht steht.

Da sich die Grundfläche der Pyramide auf der Projectionsebene befindet, so wird eine ihrer Seiten (in unserer Darstellung die obere) horizontal seyn.

Wenn man sich ein Modell dieser Pyramide nebst der Projectionsebene construirt und die Horizontalebene daran heftet, so erhält man den klarsten und bestimmtesten Begriff von den Grundsätzen, auf welchen diese Perspective beruht. Man kann den oberen Theil der Pyramide so durchschneiden, dass man den Würfel hineinschieben kann, so dass ein Eck desselben die Projectionsebene (d. i. die Basis der Pyramide) berührt, während das der Diagonale nach entgegengesetzte Eck die Spitze bildet. Nimmt man dann den Würfel aus der Pyramide heraus, so kann die nach obiger Vorschrift zugeschnittene Karte mit ihrer Diagonalebene u. s. w. hinein gebracht werden, und in den drei Stellungen, d. i. nach den Richtungen der drei Halbmesser (Fig. 3) angewendet werden.

Befindet sich die Sonne in der Verlängerung der Diagonale des Würfels, so wird der Schatten des letzteren auf der Projectionsebene ein Sechseck bilden, dessen Seiten sich zu den Kanten des Würfels wie a B : A B Fig. 2 verhalten.

Eben so wird, wenn die Sonne in der Richtung einer Linie steht, die durch den Scheitel der Pyramide senkrecht auf ihre Basis gestellt ist, der Schatten ihrer Seiten (denn das Licht dringt durch die zum Einschieben des Würfels gemachte Oeffnung), ebenfalls ein Sechseck auf der Ebene ihrer Grundfläche bilden. Führt man aus jeder Kante der Pyramide einen Draht fort, so wird der Schatten dieser drei Drähte die erwähnten drei Halbmesser hervorbringen.

Ein Würfel oder eine Pyramide kann demnach gross genug seyn, um in sich das Ganze eines Modells irgend eines Gegenstandes, den man zu projectiren beabsichtiget, zu enthalten,— ein Marmorblock kann eine Statue, ein Gefäss, einen Gegenstand der Bildhauerkunst, eine architektonische Verzierung in sich fassen, und es kann daher, wie in der Folge gezeigt werden wird, die Lage irgend eines Punktes an oder in dem Würfel, die Richtung irgend einer Linie und die Neigung einer Ebene, welche ihn schneidet, leicht bestimmt und verzeichnet werden. Auf diese Weise glaubt sich der Verfasser in den Stand ge-

setzt, den Lesern darzuthun (obwohl vielleicht nicht so deutlich, als durch mündliche Erklärung), dass diese Perspective oder Projection in ihrem Bereiche die kräftigsten Mittel in sich fasst, auf dem geradesten und bestimmtesten Wege irgend ein einzelnes Object, oder mehrere mit einander verbundene Objecte (z. B. Würfel, in jeder anderen möglichen Stellung) zu zeichnen, so dass es aussehen wird, als wären diese Objecte nicht nur nach demselben Maasstabe mit einander, und auch mit den Grundrissen, Aufrissen und Durchschnitten derselben, oder ihrer Theile dargestellt, — sondern auch, dass mittelst dieses Maasstabes jede ebene Oberfläche von jedem Neigungswinkel unter dieser Darstellung wenigstens nach einer Richtung gemessen, und dass die Richtung an einer Ebene durch eine leichte Aufgabe bestimmt werden könne.

Es ist bereits gesagt worden, und es muss wohl auf den ersten Blick einleuchten, dass in der Projection eines Würfels, wie in Fig. 1 und 3 eine Fläche, nämlich die obere des Objectes horizontal erscheine, und die beiden anderen Flächen unter derselben sich vertical darstellen; — eine Gattung von Vogelperspective.

Diese Erscheinung beruht jedoch gänzlich darauf, dass einer der Radien senkrecht steht, und zwischen dem Mittelpunkte der Zeichnung und dem Beobachter sich befindet. Denn wenn die Zeichnung verkehrt wird, oder einer der Halbmesser senkrecht und über seinem Mittelpunkte sich befindet, so wird der früher obere Theil des Objectes nun seine untere Seite bilden. Wird die Zeichnung Fig. 4 auf diese Weise umgekehrt, so kann man sich auch von dieser Erscheinung Rechenschaft geben, wenn man die früher gegebene Erklärung dieser Zeichnung wohl verstanden hat. Diess ist keineswegs ein Mangel in dieser Perspective, sondern im Gegentheile wird dadurch ihr Werth vielleicht verdoppelt, was hoffentlich durch die Beispiele von ihrer Anwendung einleuchten wird.

Eine andere Eigenthümlichkeit dieser Perspective ist es, dass das Eck des Würfels, welches durch die drei Radien, die sich im Mittelpunkte des Sechseckes schneiden, gebildet wird, in dem einen oder dem anderen der obigen Fälle entweder als

ein äusseres oder als ein inneres Eck erscheint, oder dass diese Erscheinung abwechselnd hervorgebracht werden könne. Doch auch diess ist kein Fehler, sondern wie später gezeigt werden wird, ein anderer sehr grosser Vortheil dieser Perspective.

Dass in dieser Projection eines Würfels dieselben Linien nothwendig einen inneren und einen äusseren Winkel darstellen müssen, wird klar werden, wenn man sich den Würfel als hohl vorstellt. Die drei Flächen, welche man sieht (vorausgesetzt, dass sie einen äusseren Winkel bilden), bedecken genau die Projection der verdeckten drei Flächen. Wenn man nun die ersteren drei Flächen hinwegnimmt, so wird das Innere der drei entgegengesetzten Flächen sichtbar werden. Diess lässt sich auch durch Fig. 4 erklären. Wenn man in der Diagonalebene die Linie 1 — 4, welche die Diagonale einer Fläche ist, und die Linie 1 — 7, welche eine von zwei Flächen gebildete Kante ist, und welche in ihrem Durchschnittspunkte das Eck 1 bilden, entfernt, dann wird dem Beobachter die Linie 7 — 8 als die Diagonale von einer der anderen Flächen, und die Linie 4 — 8 die beiderseitige Begränzungslinie (Kante) der anderen beiden früher verdeckten Flächen sichtbar werden.

Eine dritte besondere Eigenthümlichkeit dieser Perspective in Hinsicht auf den Eindruck, welchen sie auf das Auge macht, ist die, dass in der Zeichnung des Würfels, wenn man zwei Seiten des Sechseckes und einen der Halbmesser parallel mit dem Beobachter stellt (in diesem Beispiele eine Seite des Buches parallel mit dem Beobachter), die Fläche, welche in den beiden früheren Fällen horizontal erschien, nun vertical wird, und dass die beiden Flächen, welche sich früher als senkrecht darstellten, jetzt jede unter einem Winkel von 45^0 gegen die Horizontalebene geneigt zu seyn scheinen. Auch in dieser Lage, wie in den beiden anderen, kann der Durchschnittspunkt der drei Radien im Mittelpunkte des Sechseckes entweder einen äusseren, oder einen inneren Winkel bilden.

Das Auge kann die Uebung erlangen, wenn es die Zeichnung Fig. 1 sieht, dieselbe abwechselnd bald als die innere, bald als die äussere Darstellung eines kubischen Objectes zu

erblicken. Der Uebergang von der einen Erscheinung zu der anderen kann nicht wohl deutlich beschrieben werden; aber dem Verfasser ist es vorgekommen, als ginge in der Zeichnung in dem Momente, in welchem die Erscheinung der inneren Fläche in jene der äusseren übergeht, und umgekehrt, eine Bewegung vor sich.

Der Mittelpunkt der Figur muss, wenn die Erscheinung die Aussenfläche des Objectes zeigt, offenbar dem Auge näher seyn, als wenn sie die innere Fläche darstellt, während die Lage des Auges in beiden Fällen in derselben Entfernung von dem Papiere bleibt. In dem ersten Falle scheint der Mittelpunkt über die Ebene des Papiers erhaben, im letzteren Falle unter derselben vertieft. Der Unterschied zwischen diesen beiden scheinbaren Entfernungen ist das Maas der scheinbaren Bewegung.

Wenn wir erstlich annehmen, dass die Zeichnung Fig. 1 in der Stellung, welche sie auf Tafel I hat, die obere horizontale Fläche und zwei verticale Flächen eines Steinblockes vorstellt, so wird das Eck, welches in dem Durchschnitts-Punkte der drei Radien gebildet wird, ein äusserer körperlicher Winkel seyn. Setzen wir nun, dass dieselbe Zeichnung den Deckel und die Seiten eines hohlen Raumes darstellt, so wird das durch die drei Radien gebildete Eck als ein innerer Winkel erscheinen; und wenn die Zeichnung umgekehrt wird, so wird das was zuerst als das Dach erschienen ist, nun den Boden vorstellen.

Man mache den Versuch, die Zeichnung erst eine Weile als die Darstellung eines vertieften Körpers zu betrachten, und sie dann wieder als die eines erhabenen anzusehen, und beobachte aufmerksam die Wirkung dieses Experiments.

Dieser Umstand, welcher oft eine Belustigung gewähren kann, wird hoffentlich dem, welcher sich diese Art zu zeichnen eigen zu machen wünscht, wenn er auch jung oder unerfahren ist, die wesentlichen Principien dieser Perspective bleibend einprägen. Obwohl das Schattiren bei dieser Art von Perspective im Allgemeinen nicht zu empfehlen ist, so kann man es doch mit grossem Vortheile anwenden, wenn kein an-

derer Umstand vorhanden ist, welcher erfordert, dass man einem Objecte mit Bestimmtheit das Ansehen eines erhabenen oder vertieften Körpers gebe.

Diese Darlegung der verschiedenen Erscheinungen, in welchen sich die Darstellung eines Würfels zeigen kann, wird vielleicht der Unklarheit vorbeugen, welche manche bei der Betrachtung eines Objectes in der isometrischen Perspective erfahren haben; sie wird vielmehr, wie der Verfasser zuversichtlich hofft, dem Beobachter lehren, wie er einen Gegenstand in dieser Perspective anzusehen habe, je nachdem er beabsichtiget, dass er erhaben oder vertieft erscheinen soll. Um diese Sache deutlicher zu machen, wird im Verfolge gezeigt werden:

1) wie ein Würfel durch Ebenen, welche auf der einen seiner Flächen senkrecht stehen, und mit den anderen parallel sind, geschnitten werden könne, und wie auf diese Art das Bild geradliniger und rechtwinkliger Objecte zu entwerfen sey; —

2) wie ein Würfel von Ebenen geschnitten werden könne, welche entweder mit dessen Flächen, oder mit anderen Ebenen Winkel bilden, und wie demnach die Darstellung rechtwinkliger, schiefwinkliger und vielwinkliger Objecte in jeder Stellung, mit Bezug auf die Projectionsebene zu geschehen habe.

3) Wird die Darstellung krummer Linien und krummer Flächen gezeigt werden, wenn der Würfel durch Punkte geschnitten wird.

Auch wird die Anwendung dieser Methoden, um innere, äussere, obere, untere, oder endlich Seiten-Ansichten darzustellen, erklärt werden.

Wenn man sich irgend einen Gegenstand in einen Würfel gestellt vorstellt, und annimmt, dass die einschliessenden Wände des letzteren durchsichtig seyen, so wird die Möglichkeit und Leichtigkeit, die Lage eines jeden Punktes in diesem Gegenstande mit Rücksicht auf Punkte oder Linien an einer der Flächen des Würfels zu bestimmen, hoffentlich bald vollkommen klar werden.

Nachstehende Objecte können mit grossem Vortheile durch

diese Perspective dargestellt werden, als: Städte, Gebäude, Theile von Gebäuden, Brücken, Kanal-Schleussen, Verzierungen, Meubeln, Bildhauer-Arbeiten, Mineralien, Bergwerke, Schiffsbauten, Maschinen, Dampfmaschinen, Modelle, physikalische Instrumente, Festungswerke, Landvermessungen, Militärvermessungen, Gegenstände von Patents-Beschreibungen, Kristalle.

Erläuterung der Beispiele,

um die Anwendung dieser Perspective auf die Darstellung ebenflächiger, geradliniger, und rechtwinkliger Objecte deutlich zu machen.

Der bereits dargestellte Würfel gehört hierher, und kann entweder als nach der oberen, oder nach der unteren, oder nach der Seiten-Ansicht gezeichnet, betrachtet werden, und jede dieser Darstellungen kann für die Aussenfläche desselben, oder für die innere Fläche eines hohlen Körpers gelten, und das Object lässt sich daher auf sechserlei verschiedene Arten betrachten, nebstdem, dass er das Ansehen einer regulären sechswinkligen Fläche mit drei Radien hat.

Wenn ein Würfel, wie in Fig. 5, durch eine Ebene geschnitten wird, die einer seiner Flächen (wir nehmen eine horizontale an) parallel ist, so erscheint er wie in Fig. 6. Wenn die Dicke des vom Würfel hinweggeschnittenen Stückes den vierten Theil der Seite des Quadrates in Fig. 5 beträgt, so muss die Zeichnung des herabgeschnittenen Stückes in Fig. 6 in seiner Dicke den vierten Theil des Radius, oder den vierten Theil einer Seite des Sechsecks betragen. Wenn das herabgeschnittene Stück parallel einer verticalen Fläche des Würfels ist, so erscheint die Darstellung, wie in Fig. 7. Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7.

Wenn ein Würfel von zwei Ebenen, welche auf zweien seiner Flächen senkrecht stehen, wie in Fig. 8, geschnitten wird, so wird für den Fall, dass a b c d die Horizontal-Ebene sey, und das Eck c dem Beobachter am nächsten liege, Fig. 9 die Darstellung seyn. Ist das Eck d dem Beobachter am nächsten, so ist Fig. 10 die Projection des Gegenstandes, und wenn b dem Beobachter zunächst liegt, so wird die Zeichnung, wie Fig. 11 aussehen. In der Stellung, in welcher Fig. 8. Fig. 9. F. 10. F. 11

sich diese Figuren auf Tafel II u. III befinden, und als äussere Ansichten betrachtet werden, erscheint der vierte Theil des Würfels durch die zwei senkrechten Ebenen herausgeschnitten, und wenn man sie umkehrt, erscheinen die zwei Schnittebenen immer noch vertical. Kehrt man aber einen der anderen Winkel des Sechseckes gegen den Beobachter, so wird die eine der Schnittebenen horizontal, die andere vertical erscheinen.

Wenn eine der Seiten des Sechseckes, welche mit dem längern Rande der Tafel parallel sind, dem Beobachter zugekehrt wird, so werden die Ebenen, welche den Würfel schneiden, in einem Winkel von 45^0 gegen die Horizontalebene geneigt erscheinen. Werden die körperlichen Winkel in einem dieser Fälle als innere betrachtet, so wird aller Schein von Massivität entfernt.

Der Durchschnittspunkt der Radien in dem Mittelpunkte des Sechseckes in Fig. 9 und 10 kann, wie wir vorausgesetzt haben, sowohl für ein erhabenes, als für ein hohles körperliches Eck angesehen werden; aber in Fig. 11 wird diess schwieriger seyn, obwohl es nicht unmöglich ist, sich einige Ecke im Sechsecke sowohl als äussere, als auch als innere Ecke vorzustellen.

F. 12. Wird ein Würfel, wie in Fig. 12 von drei Ebenen, die auf einer seiner Flächen senkrecht stehen, geschnitten, so
F. 13. wird, wenn diese Fläche horizontal ist, das Bild wie in Fig. 13 erscheinen, vorausgesetzt, dass das Eck a dem Beobachter zugewendet ist; ist ihm aber das Eck c zugekehrt, so zeigt sich
F. 14. ihm der Würfel wie in Fig. 14. In diesen beiden Fällen erscheinen die Schnittebenen als vertical. Ist aber Fig. 12 eine verticale Fläche, und a b die obere Seite derselben, so er-
F. 15. scheint die Darstellung wie in Fig. 15, in welcher zwei der Schnittebenen vertical, die dritte aber horizontal ist. Nach dieser umständlichen Beschreibung des Ansehens, welche die Fig. 9, 10 und 11 haben, wenn man dieselben in der Richtung der verschiedenen Radien, und parallel mit den Seiten des Sechseckes betrachtet, ist es nicht mehr nöthig, uns länger dabei aufzuhalten; nur ist zu bemerken, dass es in diesen drei Fi-

guren schwieriger ist, das Eck im Mittelpunkte des Sechsecks für ein inneres anzusehen, als für ein äusseres. Wenn man in den Figuren 13 und 15 die Erscheinung eines inneren Winkels für einen Augenblick hervorzubringen vermag, so wird ein Blick auf die durchschnittene Fläche des Würfels diesen Eindruck unmittelbar wieder verlöschen. In Fig. 14, in welcher man zwei Flächen durchschnitten sieht, ist die Vorstellung von einem inneren Winkel in dem Durchschnittspunkte der Radien noch schwieriger, und selbst, wenn man einen solchen Eindruck hervorzurufen im Stande ist, so wird er wo möglich noch schneller verschwinden.

Wenn der Würfel durch vier auf einer Fläche senkrecht stehende Ebenen durchschnitten wird, wie in Fig. 16, so F. 16.
zeigt sich eine Darstellung desselben, wie in Fig. 17, eine F. 17.
andere, wie in Fig. 18. F. 18.

Wird der Würfel durch acht Ebenen senkrecht auf eine Fläche desselben geschnitten, wie in Fig. 19, so wird er, F. 19.
wie in Fig. 20 und 21 erscheinen. F. 20.
F. 21.

Diese verschiedenen Darstellungen eines Würfels, welcher durch verschiedene Ebenen geschnitten wird, werden natürlicher Weise die Anwendung dieser Perspective zur Projection zahlreicher Objecte, als von Gebäuden jeder Art im Ganzen oder in ihren Theilen begründen. Die Fig. 20 u. 21 können zur Darstellung einer Kirche mit ihrem Schiffe, ihren Chorgängen und Kreuzflügeln angewendet werden, während Fig. 16 u. 17 leicht eine Anwendung auf die Grundsätze der Darstellung vom Zapfen und Zapfenloche gestatten.

Wenn man senkrecht auf eine verticale Fläche des Würfels sechs Schnitte führt, wie in Fig. 22, so erscheint der Körper F. 22.
wie in Fig. 23. Ist die Fläche Fig. 22 horizontal, so erscheint F. 23.
der Körper wie in Fig. 24. Ist Fig. 22 der Grundriss einer Flä- F. 24.
che, und der Aufriss einer anderen Fläche des so geschnittenen Würfels, so wird, wenn der Winkel c dem Beobachter zunächst liegt, Fig. 25 eine seiner Ansichten seyn, und ist der Winkel b F. 25.
gegen den Beobachter gewendet, so erscheint uns der Gegenstand wie in Fig. 26. Wenn ein Würfel an jeder Fläche F. 26.
ein Zapfenloch hat, wie im Grundrisse Fig. 27, und die Tiefe F. 27.

eines jeden Zapfenloches gleich ist der Breite des Randes,
F. 28. so erscheint die Projection wie in Fig. 28.

Schneidet man die inneren und unteren Theile der Figur
F. 29. heraus, wie in Fig. 29, so stellt sich ein Gestell mit vier
F. 30. Füssen, wie in Fig. 30, oder ein Stuhl mit vier Füssen, wie
F. 31. in Fig. 31 dar. Letzteren sieht man in Fig. 32 umgekehrt.
F. 32.
F. 33. Fig. 33 zeigt das Bild, welches erscheint, wenn in Fig. 28 der mittlere Theil in der Weite des Zapfenloches durch Schnitte, welche den Verticalebenen parallel gehen, herausgeschnitten wird.

F. 34. Fig. 34 ist der Grundriss eines Gebäudes, und Fig. 35
F. 35. ein Aufriss desselben, dem anderen rückseitigen ähnlich, wobei angenommen wird, dass das Ganze aus einem Würfel ge-
F. 36. schnitten sey. Fig. 36 ist die Darstellung dieses Gebäudes mit den Brustwehren und mit seiner flachen Bedachung.

F. 37. Fig. 37 und 38 zeigt eine Methode, Mauerplatten an den
F. 38. Ecken der Gebäude anzubringen. Die mit a bezeichnete Figur zeigt den Einschnitt in der ersten Platte. Die mit b bezeichnete zeigt die zweite Platte verkehrt, mit dem Einschnitte nach oben, und c ebenfalls die zweite Platte in der Stellung, in welcher sie mit der ersten verbunden wird. Beide Mauerplatten sind im Ecke der Mauer, in Fig. 38, mit einander verbunden.

Es gewährt häufig einen grossen Vortheil, die Dinge sowohl in ihrer Verbindung, als einzeln darzustellen, wie in den beiden letzten Zeichnungen. Auf diese Art werden die komplicirtesten Stücke eines Mechanismus, und jeder einzelne Theil eines Gebäudes ganz deutlich dargestellt. Wenn ein Theil ganz oder zum Theile durch einen andern verdeckt ist, so kann der letztere als hinweggenommen, oder der erstere als von seinem Platze herausgehoben gedacht werden; so dass man eine vollständige Darstellung desselben liefern kann. Vielleicht können auf diese Weise viele Dunkelheiten in den Patents-Beschreibungen, welche bis jetzt vorgekommen sind, vermieden werden, und hoffentlich wird die Kenntniss und Anwendung dieser Perspective wenigstens dahin wirken, den Missverständnissen in solchen Beschreibungen künftig vorzubeugen.

Erläuterung der Beispiele,

welche dazu dienen, um die Anwendung dieser Perspective auf die Darstellung geradliniger, rechtwinkliger, schiefwinkliger und vielwinkliger Objecte in jeder Stellung, in Bezug auf die drei in Fig. 1 dargestellten Flächen des Würfels, oder in Bezug auf die Projectionsebene zu erklären.

Fig. 39 sey eine Fläche des Cubus, man theile einen F. 39. Winkel, als A C D in Grade, und bringe die Eintheilungen an den Linien A B und D B an. Auf diese Art wird jede dieser Linien eine Tangenten-Scala von 45^0 bilden, welche in B endigt.

Man entwerfe sich nun die Projection des Würfels, nach der bei Fig. 3 gegebenen Vorschrift, ziehe dann D E Fig. 39 unter irgend einem Winkel mit D B, und mache D E gleich dem Radius oder einer Seite des Sechseckes. Man ziehe sodann von der Scala B D Linien parallel mit B E, so wird D E in demselben Verhältnisse getheilt werden und eine Tangenten-Scala bilden, welche auf jeden Halbmesser und jede Seite des Sechseckes in Fig. 40 angewendet werden kann. Es kann aber F. 40. auch die Tangenten-Scala D B Fig. 39 auf D B Fig. 40 angewendet werden, welche Linie mit der Seite des Sechseckes parallel ist, und wobei die Scala d e gebildet wird; indem man aus den verschiedenen Theilungspunkten von D B gerade Linien bis zum Mittelpunkte des Sechseckes zieht. Es wurde bereits erwähnt, dass der Würfel zwölf Kanten hat; nun kann an jeder dieser Kanten eine Tangenten-Scala zweimal angebracht werden, also in allem vier und zwanzigmal.

Beginnen die Scalen an den äusseren Endpunkten der drei Radien, und schreiten sie mit ihren Eintheilungen gegen den Mittelpunkt, und gegen die anderen drei Sechsecks-Winkel vorwärts, so zeigt Fig. 40, wie der Würfel aus sechs Winkeln (wovon jeder für einen erhabenen sowohl, als für einen hohlen gelten kann) durch Linien, welche aus zwei Winkeln an jeder Fläche auf die Tangenten-Scala von 10 zu 10 Graden gezogen werden, dargestellt wird. Durch eine richtig eingetheilte Tangenten-Scala, welche nach Erforderniss verhältniss-

mässig reducirt, oder erweitert werden kann, lässt sich, wenn der Halbmesser gleich 45^0 ist, irgend ein anderer Winkel auftragen. Anstatt der Eintheilung der Scala, wie in Fig. 39, kann auch ein Sector oder ein Proportionszirkel angewendet werden. Auf jeder Fläche des Würfels kann aus jedem oder durch jeden Punkt eine Linie unter einem Winkel gegen eine der Kanten gezogen werden. Wenn z. B. verlangt wird, dass eine Linie durch irgend einen Punkt unter einem Winkel von 10^0 gegen eine der Flächen des Würfels gezogen werden soll, so ziehe man durch den gegebenen Punkt eine Linie parallel mit einer anderen Linie, welche hier 10^0 abschneidet, und die Aufgabe ist gelöst. Auf diese Art können Linien unter jedem Winkel, in jeder Ebene, die mit einer oder der anderen Fläche des Würfels parallel ist, verzeichnet werden.

Wenn die Eintheilungen an der Tangenten-Scala in dem Mittelpunkte des Sechsecks beginnen, und in der Richtung der drei Radien aufgetragen werden, und die Scala an jeder Seite an dem Endpunkte eines jeden Halbmessers mit 45^0 endiget,
F. 41. so zeigt Fig. 41 die Darstellung der Linien, welche von den anderen sechs Winkeln zu je 10 Graden gezogen werden.

Auch diese kann man sich sowohl an der äusseren, als an der inneren Fläche gezogen vorstellen, und es lässt sich von jedem oder durch jeden anderen Punkt an jeder Fläche eine Linie parallel zu irgend einer anderen Linie, welche einen besonderen Winkel darstellt, verzeichnen, um dieselbe auf eine besondere Stellung anzuwenden.

Die grösseren Diagonalen der drei Flächen eines Würfels sind in der isometrischen Projection, sie mögen als äussere oder als innere angesehen werden, mit der Projectionsebene parallel. Wenn man diese Diagonalen in Fig. 41 an jeder Fläche des Würfels zieht, so stellen sie sowohl mit den verticalen, als mit den horizontalen Flächen einen Winkel von 45^0 dar, aber eine in diese Linie gelegte Ebene wird mit der Verticalebene einen Winkel von 35^0, mit der Horizontalebene einen Winkel von 55^0 bilden, und daher wird auch derselbe Fall bei der Projectionsebene eintreffen *).

*) Bei Bestimmung der Grade ist die nächste ganze Zahl mit Vernachlässigung der Bruchtheile genommen worden; denn die Angabe von

Es ist gesagt worden, dass bei dieser Darstellung drei Diagonalebenen des Würfels, und eine diesen drei Diagonalebenen gemeinschaftliche Diagonale, auf der Projectionsebene senkrecht stehen. Fig. 42 zeigt das Bild eines Würfels, der F. 42. durch eine dieser Ebenen, welche gegen vier Flächen in einem Winkel von 45^0 geneigt ist, auf den beiden andern Flächen aber senkrecht steht, geschnitten wird. Die kurzen doppelten Parallellinien, welche hier an jeder Fläche und an vielen Flächen und Schnittebenen des Würfels, in vielen der nachfolgenden Figuren gezeichnet sind, geben die Richtung an, in welcher die Linien mit der Projectionsebene parallel sind; und in dieser Richtung kann jede Linie nach dem Maasstabe A B (Fig. 2) gemessen werden.

Da sich die Seiten einer jeden dieser drei Diagonalebenen, welche auf der Projectionsebene senkrecht stehen, in der Richtung des Radius und der kleineren Diagonale einer der drei Flächen befinden, so können ihre Oberflächen in der Projection nicht sichtbar seyn; um jedoch dem Anfänger ohne Modell eine möglichst richtige Idee von ihrer Lage zu geben, ist in Fig. 43 ein hohler Würfel mit drei Abtheilungen, welche ein- F. 43. ander in der Richtung dieser Diagonalebenen durchkreuzen, abgebildet. Die Seiten dieser Diagonalebenen, durch die drei Radien dargestellt, bilden einen Winkel von 35^0, und die anderen Kanten, durch die kleinere Diagonale einer jeden Fläche ausgedrückt, bilden einen Winkel von 55^0 mit der Projectionsebene. Die gemeinschaftliche senkrechte Diagonale endigt in dem Durchschnittspunkte der drei Radien, und ist nur durch einen Punkt darstellbar. Die anderen Diagonalen in jeder dieser drei senkrechten Diagonalebenen, wovon eine von 7 nach 4, in Fig. 4 dargestellt ist, bilden jede mit der Projectionsebene einen Winkel von 20^0, mit der Horizontalebene einen Winkel von 35^0, mit der Verticalebene einen Winkel von 55^0.

55^0 ist um $\frac{1}{3}{}^0$ zu viel, und die von 35^0 um $\frac{1}{3}{}^0$ zu wenig, und dasselbe ist auch bei anderen später angegebenen Winkelmaassen der Fall. Zu practischen Zwecken gewährt jedoch die Angabe der ganzen Zahl, in der isometrischen Perspective im Allgemeinen betrachtet, eine hinlängliche Genauigkeit.

Die anderen drei Diagonalebenen, wovon eine in dem
F. 44. Würfelschnitte (Fig. 44) ersichtlich ist, sind zur Projectionsebene in der Richtung a b oder c d in einem Winkel von 35° geneigt. Beide Diagonalen a d und b c, in jeder geneigten Diagonalebene, bilden jede einen Winkel von 20° mit der Projectionsebene. Während auf diese Art eine der Diagonalen des Cubus auf der Projectionsebene senkrecht steht, bildet jede der anderen drei Diagonalen einen Winkel von 20° mit dieser Ebene.

F. 45. Fig. 45 stellt die drei geneigten Diagonalebenen dar, wie sie einander durchschneiden. Wenn diese drei Ebenen erweitert werden, so schneiden sie die Projectionsebene an den
F. 46. drei Seiten eines Sechseckes, wie in Fig. 46, und jede steht senkrecht auf einem Halbmesser oder Durchmesser des ersten Sechseckes, und auch senkrecht auf der Linie, in welcher eine der andern Diagonalebenen die Projectionsebene schneidet. Die anderen drei Seiten dieses zweiten Sechseckes (die punktirten Linien der Zeichnung) sind ein Drittheil (und zwar das mittlere Stück) von jeder Seite der Grundfläche der früher beschriebenen dreiseitigen Pyramide.

Wenn ein Cubus von dreien seiner Diagonalebenen geschnitten wird, z. B. von den senkrechten, so wird er in sechs Stücke getheilt. Werden nun auch die drei anderen Diagonalschnitte durch den Würfel geführt, so entstehen vier und zwanzig ähnliche und gleiche Stücke, deren jedes von vier dreiseitigen Flächen eingeschlossen ist.

Man kann beobachten, dass die Darstellung der geneigten Diagonalebenen rechtwinkelige Parallelogramme sind. Die längeren Seiten a c und b d (Fig. 44, 45 und 46), welche mit der Projectionsebene oder mit der Linie, in welcher die erweiterte geneigte Ebene diese letztere schneidet, parallel sind, werden durch die Projection nicht verkürzt, und können daher nach dem Maasstabe A B (Fig. 2) gemessen werden. Die andern Seiten a b und c d, welche gegen die Projectionsebene geneigt sind, sind nach der isometrischen Scala a B (Fig. 2) zu messen.

Da der Würfel um seine auf der Projectionsebene senkrecht stehende Diagonale, wie um eine Achse gedreht werden

kann, so können isometrische Linien in jeder möglichen Richtung auf der Projectionsebene vorkommen. Diess wird demnach der Bestimmung noch mehr Nachdruck geben, dass alle geraden Linien an einem Objecte, welche mit der Projectionsebene einen Winkel von 35^0 einschliessen, mittelst des isometrischen Maasstabes gemessen werden können; dass alle Ebenen, welche mit der Projectionsebene einen Winkel von 55^0 einschliessen, isometrische Ebenen seyen; und dass in jeder Ebene, welche mit der Projectionsebene einen Winkel von 35 oder mehr Graden bildet, isometrische Linien gezogen werden können.

Professor *Farish* hat beobachtet, dass diese Methode auf viele Fälle anwendbar sey (er hätte vielleicht sagen dürfen, auf jeden Fall), wo wenig oder keine isometrischen Linien oder Ebenen vorkommen.

Wenn an einem Gegenstande keine solchen Linien vorhanden sind, so werden sie durch den Künstler ersetzt. Er bestimmt die Abweichung anderer Linien von der senkrechten oder horizontalen Richtung mittelst der Bleischnur und der Wasserwage. Diess wird aus der Darstellung der Diagonalebene in Fig. 44 und 48 klar werden, in welcher die Linien, welche den abgeschnittenen Theil des Würfels andeuten, die Abweichung von der horizontalen und senkrechten Richtung zeigen.

Um Linien unter irgend einem Winkel an jeder der geneigten oder senkrechten Diagonalebenen zu ziehen, wird noch eine weitere Erklärung der Tangenten-Scala nothwendig seyn. In Fig. 47 ist die Fläche des Würfels a b c d an zweien ihrer F. 47.
Seiten durch eine Tangenten-Scala in 45^0 getheilt, so wie früher in Fig. 39. In derselben Figur ist a e c f eine Diagonalebene. Nachdem man die Halbmesser, welche aus dem Winkel auslaufen, verlängert hat, theilen diese die Linie a e in eine Tangenten-Scala von 55^0, und die Linie f e in eine solche von 35^0.

In Fig. 44 ist die bereits erklärte Darstellung der längsten Linien, dieselbe wie a e in Fig. 47, daher ist dieser Maasstab ohne Veränderung anwendbar, wie man in Fig. 48 sieht. F. 48.
Der Maasstab f e (Fig. 47) muss auf f g reducirt werden, ehe

er auf die kürzere Seite der geneigten Diagonalebene f e (Fig. 48) angewendet werden kann. Aus dieser Figur wird man ersehen, wie die geneigte Diagonalebene geschnitten, oder wie auf derselben eine Linie unter einem gegebenen Winkel gezogen werden könne.

So kann die Tangenten-Scala auf die Diagonalebenen, welche auf der Projectionsebene senkrecht stehen, angewendet werden; jeder Halbmesser stellt die kürzere Seite einer dieser Diagonalebenen vor, und zu diesem Zwecke ist a g (Fig. 47) eine Tangenten-Scala von 35^0. Die kleinere Diagonale von jeder Fläche stellt die längere Seite dar, und ist eine Tangenten-Scala von 55^0. In Fig. 47 ist die Gerade a e, wenn sie auf a h reduzirt wird, auf die letztere Linie anwendbar.

F. 49. Fig. 49 ist die Darstellung eines Würfels, welcher zuerst durch eine Diagonalebene, die auf der Projectionsebene senkrecht steht, geschnitten ist, während wieder eine andere Ebene in den, an der längeren Seite mit 40^0 und an der kürzeren mit 20^0 bezeichneten Punkten, wie in den Fig. 47 und 48, das noch übrige Stück wegschneidet. Eine Seite von 20^0 gegen c bildet mit 4 Flächen des Würfels einen Winkel von 45^0. Die bezeichnenden Buchstaben und Gradzahlen entsprechen jenen der früheren Figuren, in so fern sie auf dieselben anwendbar sind.

F. 50. F. 51. F. 52. Aus der Reihe der Durchschnitte in Fig. 50, 51 und 52 ersieht man, dass man durch Würfelschnitte eine grosse Menge verschiedener rechtwinkeliger Parallelogramme erhält, deren Projectionen ebenfalls Parallelogramme sind. Diese Durchschnitte sind mit einer geneigten Diagonalebene parallel. Einer derselben wird ein Quadrat seyn. An jeder Seite des quadratischen Durchschnittes sind die Richtungen der längeren Seiten der Parallelogramme verkehrt, oder im rechten Winkel gegen einander; indem auf der einen Seite ein Uebergang aus dem quadratförmigen Schnitte in die Diagonalebene Statt findet, welche der grösste Schnitt ist, und welche die grösste Differenz zwischen der längsten und kürzesten Seite irgend eines Durchschnittes an dieser Seite des quadratischen Schnittes enthält. Auf der anderen Seite des quadratförmigen Schnittes

kann man einen Uebergang vom Quadrate bis zu einer geraden Linie erhalten, in welche sich die Breite des Parallelogrammes verliert.

Die Figuren 53, 54 und 55 zeigen die Darstellungen von Würfeln, welche von Ebenen, die mit einer auf der Projectionsebene senkrecht stehenden Ebene parallel sind, geschnitten werden. F. 53. F. 54. F. 55.

Wenn ein Würfel oder ein anderes Object durch eine auf der Projectionsebene senkrecht stehende Ebene geschnitten wird, so wird die Projection des Schnittes eine gerade Linie seyn. Die Figuren 56, 57, 58 und 59 sind Darstellungen von Würfeln, deren Schnitte senkrecht auf der Projectionsebene stehen, aber nicht mit den senkrechten Diagonalebenen parallel sind. F. 56. F. 57. F. 58 F. 59.

Fig. 60 ist die Fläche eines Würfels, welche in Grade und Tangenten-Scalen getheilt ist. Die Scala a b an der einen Fläche ist auf a e reducirt, und diess ist eine Tangenten-Scala, welche auf die Projection von Würfeln dieser Grösse anwendbar ist. F. 60.

Fig. 61 zeigt die Projection eines Würfels, welcher durch eine Ebene, die auf zwei Flächen senkrecht steht, und mit einer anderen einen Winkel von 30^0 bildet, geschnitten wird. Die Bezeichnungen entsprechen denen von Fig. 60, welche zugleich die Anwendung der Tangenten-Scala erklärt, um die Projection eines Würfels zu zeigen, welcher auf diese Art von einer Ebene unter irgend einem Neigungswinkel durchschnitten wird. F. 61.

Fig. 62 ist die Projection eines Cubus, welcher durch eine andere Ebene, die mit der vorigen parallel, und daher ebenfalls unter 30^0 geneigt ist, geschnitten wird. F. 62.

Fig. 63 ist die Projection eines Würfels, welcher von einer Ebene unter einem Winkel von ebenfalls 30^0 geschnitten wird, wobei die Dreiecke a d 30^0 und a' d' 30^0 ähnlich und gleich sind. F. 63.

Wenn in Fig. 61 die Linien 30^0 d und e f mit einander parallel, aber nicht von gleicher Länge sind, so wird der Schnitt ein Trapezoid bilden. Oder im Allgemeinen, wenn eine

Ebene zwei andere parallele Ebenen, wie die entgegengesetzten Flächen des Würfels schief schneidet, so wird der Schnitt ein Trapezoid seyn.

Es ist bemerkenswerth, dass die Projectionen der Durchschnitte eines Würfels, welcher unter 30^0 geschnitten worden ist (Fig. 61, 62 und 63), keine rechtwinkeligen Parallelogramme bilden, wie jene, welche in Fig. 44, 48, 50, 51 und 52 dargestellt, und unter einem Winkel von 45^0 geschnitten sind. In der Fig. 61, 62 und 63 ist die Differenz zwischen den Diagonalen auf jeder Schnittebene des Würfels grösser, als man glauben möchte, ehe man sie zu messen versucht, was sehr zu empfehlen ist. So z. B. ist es in Fig. 61 vielleicht mit einiger Schwierigkeit verbunden, zu entdecken, ob die Diagonalen d e oder 30^0 f gleich seyen, oder welche die längere sey, wenn man sie nicht misst, weil die Winkel der dargestellten Ebene rechte Winkel sind, und als solche erscheinen.

F. 64. F. 65. F. 66. F. 67. Fig. 64, 65, 66 und 67 sind andere Projectionen von Würfeln, welche von Ebenen, die auf zwei Flächen senkrecht stehen, und mit einer dritten Fläche einen Winkel von 30^0 bilden, geschnitten sind, was die zur Bezeichnung beigefügten Buchstaben hoffentlich zur Genüge erklären.

Es wird nöthig seyn, den Leser zu erinnern, dass alle diese Darstellungen für innere oder äussere, obere, untere oder Seiten-Ansichten genommen werden können, und es ist zu empfehlen, dieselben auf alle diese Arten zu untersuchen und zu betrachten.

F. 68. Fig. 68 stellt einen Würfel dar, der mittelst einer Ebene geschnitten ist, die durch c und d geht, gegen die Diagonale a d an der einen Fläche des Würfels unter 20^0 geneigt ist, und auf der Diagonalebene a d f g, welche eine Neigung gegen die Projectionsebene hat, senkrecht steht.

Man mache a b gleich dem Halbmesser oder gleich der Seite des Sechseckes, welche in dieser Zeichnung einer Seite der Würfelfläche gleich ist, man mache ferner a e gleich 20^0 mittelst einer Tangenten-Scala, wenn a f $= 45^0$, und ziehe dann c d, das ist die eine Diagonale des Schnittes, der mit a d einen Winkel von 20^0 einschliesst, parallel zu e b; man halbire

sodann die Linie a d und die Linie c d, wovon letztere senkrecht unter der ersteren liegt; man nehme die Entfernung zwischen diesen zwei Punkten, und wende sie auf die beiden Senkrechten an, die von den anderen Winkeln der Würfelfläche, welche die Diagonale a d enthält, gezogen sind; — so erhält man die Punkte, welche mit den Punkten c und d verbunden, die Seiten dieses Durchschnittes geben.

Fig. 69 ist eine andere Projection eines Würfels, welcher wie in der vorigen Figur geschnitten ist. In diesem Beispiele steht die Schnittebene senkrecht auf einer Diagonalebene in der Richtung c d, welche letztere wieder auf der Projectionsebene senkrecht steht. Da die Entfernung a c Fig. 69 gleich ist a c Fig. 68, so ist c d Fig. 69 eine Diagonale einer gegen a d unter 20^0 geneigten Ebene. Die Distanz a c kann auch durch die Tangenten-Scala f e Fig. 48 gemessen werden. Halbirt man die Diagonale c d Fig. 69, und zieht man durch diesen Punkt eine Linie senkrecht auf c d, so wird diess die andere Diagonale dieses Durchschnittes seyn, welcher die Ecken des Würfels in den Punkten schneidet, zu welchen die Seiten aus c und d gezogen worden sind.

In Fig. 68 ist die Diagonale a d mit der Projectionsebene parallel, daher bildet die Diagonale c d mit dieser Ebene einen Winkel von 20^0. In Fig. 69 bildet die Diagonale a d einen Winkel von 55^0 mit der Projectionsebene, und da a c 20^0 hat, so ist die Diagonale d c in dieser Figur gegen die Projectionsebene unter einen Winkel von 35^0 geneigt. Die andere Diagonale des Durchschnittes in Fig. 68 bildet einen Winkel von 55^0, und in Fig. 69 ist sie mit der Projectionsebene parallel.

Fig. 70 ist die Darstellung eines Würfels, der von einer Ebene geschnitten wird, welche durch eine der Diagonalen des Würfels geht, und senkrecht auf einer Diagonalebene steht, welche ihrerseits wieder senkrecht auf der Projectionsebene ist. Die Diagonale c b schliesst mit der Diagonale a b an der Fläche einen Winkel von 35^0, und mit der Projectionsebene einen Winkel von 20^0 ein.

Fig. 71 stellt einen Würfel dar, welcher durch dieselbe Ebene geschnitten ist, wie in der vorigen Figur; die Diagonal-

ebene aber, auf welcher sie senkrecht steht, hat eine gegen die Projectionsebene geneigte Lage. Die Diagonale g c schliesst mit a c, der Diagonale einer Fläche, einen Winkel von 35°, und denselben Winkel mit der Projectionsebene ein. Die Diagonale von f c ist mit der anderen Diagonale der Fläche parallel, und bildet mit der Projectionsebene einen Winkel von 55°.

Jeder Schnitt, welcher in den vier letzten Figuren vorkömmt, ist ein Rhombus. Die beiden letzten sind die grössten im Würfel. Die grössere Diagonale g c Fig 71 ist gleich der Diagonale des Würfels, und die kleinere Diagonale f e ist gleich der Diagonale des Quadrats oder der Fläche des Würfels. In Fig. 70 ist b c die grössere Diagonale.

F. 72. In Fig. 72, einer Fläche des Würfels, zeigt die Linie b c die Lage an, in welcher der grösste Rhombus vier Flächen schneidet. Der Punkt b ist in der Mitte einer Seite der Fläche und das Dreieck a b c ist in Fig. 70 durch g h c und in Fig. 71 durch b e g ausgedrückt.

Wenn in den letzten vier Beispielen die Schnitte des Würfels auf den Diagonalebenen nicht senkrecht stehen, so bleibt sich alles andere gleich; die Schnitte aber werden Rhomboiden seyn.

F. 73. Fig. 73 stellt einen Würfel dar, aus welchem ein Stück in der Richtung der Linien, welche die zwei Trapezoiden a b c d und e f g h bilden, herausgeschnitten ist. Die Seiten dieser Schnitte sind nicht unter einem besonderen Winkel gezogen, aber die Linien a b und c d, auch die Linien e f und g h, obwohl von ungleicher Länge, sind miteinander parallel. Die Linien a c und b d, e g und f h sind weder untereinander parallel, noch von gleicher Länge. Doch wird ohne ausführlichere Erklärung vorausgesetzt, dass sie für ebene Schnitte angenommen werden können.

Der 16te Lehrsatz im 11. Buch Euklids heisst:

„Wenn zwei Parallelebenen durch eine dritte Ebene geschnitten werden, so sind ihre gemeinschaftlichen Durchschnittslinien mit einander parallel.“ Da nun die Ebene

oder Fläche des Würfels, welche durch a c k geht, mit der durch b f d gehenden Fläche parallel ist, und a c mit b d nicht parallel ist, so kann a b c d nicht ein ebener Schnitt seyn. Da auf gleiche Weise e g mit f h nicht parallel ist, so kann auch e f g h nicht ein ebener Schnitt seyn.

Fig. 74 stellt einen andern Würfel dar, der an jeder F. 74.
von vier Flächen durch gerade Linien geschnitten ist, die ein Trapez bilden. Diess kann kein ebener Schnitt seyn, und wir dürfen voraussetzen, dass derselbe einem jeden als eine krumme Fläche erscheinen müsse. Wird der Würfel durch eine Ebene geschnitten, welche durch die Linien a d und d c geht, so wird diese Ebene die anderen Flächen des Würfels in den Linien a g und g c schneiden, welche zeigen, wie sehr a b c d gekrümmt ist.

Führt man einen ebenen Schnitt durch a b c, und einen anderen durch a d c, so werden sich beide Ebenen in der geraden Linie a c, welche in Fig. 75 verzeichnet ist, durch- F. 75.
schneiden. Oder, wenn die eine Ebene durch b c d, die andere durch b a d geführt wird, so werden sie das Ansehen wie in Fig. 76 haben. F. 76.

Es ist eben so nothwendig zu wissen, wie eine krumme Fläche, als, wie eine ebene Oberfläche projectirt werden müsse, und durch obige Beispiele wird diess dem Anfänger hoffentlich verständlich werden. In der That ist es interessant, auf diese Art vollkommen in den Stand gesetzt zu werden, eine krumme Fläche von vier geraden Linien begränzt, darzustellen.

Fig. 77 ist das Bild eines Würfels, von welchem mittelst F. 77.
Ebenen, welche mit der Projectionsebene parallel laufen, und welche gleichseitige Dreiecke bilden, Stücke hinweggeschnitten sind; und die Schnittflächen haben diese Form sowohl im Würfel selbst, als in seiner Projection. Daher sind diese Schnitte mit der Projectionsebene parallel, und sie leisten, wie später gezeigt werden wird, bei der Bestimmung der Richtung von Linien auf irgend einer anderen mit der Projectionsebene parallelen Ebene, wesentliche Dienste.

Um einen der grössten Schnitte von der Figur eines gleichseitigen Dreieckes hervorzubringen, wird der Würfel durch drei Flächen nach der Diagonale geschnitten, wie durch a b c. Parallel mit dieser Ebene kann ein anderer Durchschnitt von derselben Grösse und Figur durch das Eck d e f geführt werden. Zwischen diesen grössten Durchschnitten von der Form gleichseitiger Dreiecke kann eine Reihe sechsseitiger Durchschnitte angebracht werden. Wird der Würfel durch eine Ebene geschnitten, welche mit den zwei grossen dreiseitigen Durchschnitten parallel, und von beiden gleichweit entfernt ist, so ist der Durchschnitt ein regelmässiges Sechseck.

F. 78. Fig. 78 zeigt eine andere Ansicht dieser Durchschnitte von der Form gleichseitiger Dreiecke, wenn man dieselben in einer gegen die Projectionsebene geneigten Lage erblickt.

F. 79. Fig. 79 stellt Stücke dar, welche aus dem Würfel mittelst Ebenen geschnitten sind, die durch drei seiner Flächen gehen, so dass die Durchschnitte gleichschenklige Dreiecke bilden.

F. 80. Fig. 80 gibt das Bild von aus dem Würfel geschnittenen Stücken, in welchen die Durchschnitte ungleichseitige Dreiecke sind.

F. 81. In Fig. 81 ist ein Würfel projectirt, welcher durch zwei schiefe Ebenen geschnitten ist, die, nach ihrer Stellung, die sie im Bilde haben, den Umriss eines Hauses mit seinem Dache sammt den Giebeln darstellen. Der Neigungswinkel des Daches beträgt 30^0.

Hat ein solches Dach einen Träger, welcher mit dem Rücken der Querbalken in's Quadrat gestellt ist, wie a b c d in
F. 82. Fig. 82 nach einem grösseren Maasstabe, so wird es sich,
F. 83. wie in Fig. 83 darstellen. Die Buchstaben in jeder Figur mit der Proportional-Scala 1′m werden erläutern, wie die Projection eines Trägers zu entwerfen sey.

Wenn anstatt eines Trägers ein Würfel in der nähmlichen
F. 84. Stellung dargestellt werden soll, so zeigt Fig. 84 einen Aufriss einer Fläche dieses Würfels, in seiner Lage in Beziehung auf die Fläche des grösseren Würfels, aus welchem man annimmt, dass er geschnitten, oder in welchen er der An-

nahme nach, hineingebracht ist; und Fig. 85 zeigt, wie er F. 85
in dieser Art der Perspective erscheint. Die bezeichnenden Buchstaben nebst der Proportional-Scala werden hoffentlich wieder eine genügende Anleitung geben, diesen Fall von dieser einen Zeichnung auf eine andere anzuwenden.

Fig. 86 ist der Aufriss eines Würfels, welcher in einen F. 86.
anderen hineingestellt ist, wobei die eine Hälfte des grösseren durch eine Ebene unter einem Winkel von 45^0 hinweggeschnitten ist, und Fig. 87 ist seine Projection. Es ist über- F. 87.
flüssig erst anzuführen, dass die Buchstaben in beiden Zeichnungen einander entsprechen.

Fig. 88 zeigt den Grundriss eines Daches mit drei Giebeln, F. 88.
zwei einspringenden Winkeln und einer Fläche.

Die punktirten Linien am oberen Theile von Fig. 89 stel- F. 89.
len den Grundriss dar, wie er in einer mit der Firste parallelen Ebene erscheint. Die Senkrechten aus den verschiedenen Winkeln dieses Grundrisses zeigen uns die Richtung der Neigung, in welcher das Dach abfällt, und bestimmen die Linien der Giebel, des Saumes und der einspringenden Winkel.

Fig. 90 ist der Grundriss eines anderen Daches mit fünf F. 90.
Gradsparren, einem Ichsenbuge und einer Fläche. Auf eine ähnliche Weise ist der Grundriss desselben auf einer Ebene dargestellt, welche in Fig. 91 mit der Firste parallel F. 91.
ist, und da die schiefe Ebene an den Senkrechten, wie zuvor angebracht ist, so erhält man die Richtung der Linien für den Saum, die Gradsparren und den Ichsensparren. In einem jeden dieser Fälle kann eine Dachrinne auf dieselbe Art, wie die Fläche liegt, dargestellt werden, oder man kann entweder der Dachrinne oder der Fläche eine solche Neigung geben, als zur Ableituug des Wassers nothwendig ist, indem man den Fallwinkel an einer Senkrechten aufträgt.

Fig. 92 ist der Grundriss eines Stückes einer Pyramide F. 92.
mit quadratischer Grundfläche, welches aus einem Würfel geschnitten wurde. Fig. 93 zeigt das Bild der Pyramide, wie F. 93.
sie auf ihrer Grundfläche, und Fig. 94, wie sie auf ihrer klei- F. 94.
neren Endfläche steht. Die korrespondirenden Punkte in diesen drei Figuren sind mit gleichen Buchstaben bezeichnet.

F. 95. Fig. 95 ist der Grundriss des Stückes einer andern Pyramide, deren Grundfläche ein Quadrat ist, und in welcher zwei Seiten auf der Basis senkrecht stehen, die anderen beiden aber gegen dieselbe geneigt sind.

F. 96. F. 97. F. 98. Fig. 96 ist eine, Fig. 97 eine andere Ansicht dieser Pyramide, wie sie auf ihrer Grundfläche steht, und in Fig. 98 ist sie auf der kleineren Endfläche stehend gezeichnet.

F. 99. Fig. 99 enthält zwei Achtecke, welche auf einer der Flächen des Würfels verzeichnet sind, mit einer isometrischen Scala c d, die an einer Seite angebracht ist.

F. 100. Fig. 100 stellt das grösste regelmässige, achtseitige Prisma dar, welches aus einem Würfel dieser Grösse geschnitten werden kann.

F. 101. Fig. 101 ist das Bild desselben achtseitigen Prismas, mit einem hohlen Raume, von der Grösse des inneren Achteckes in Fig. 99.

In der Erklärung von Fig. 77 wurde gesagt, dass die Durchschnitte von der Form gleichseitiger Dreiecke, deren Darstellungen mit der Projectionsebene parallel sind, bei der Bestimmung der Richtung von Linien in einer anderen Ebene, welche mit der Projectionsebene parallel sind, wesentliche Dienste leisten. Zu diesem Zwecke hat man nur nöthig, die Lage zweier Punkte an einem dieser gleichseitig dreiseitigen Durchschnitte, welche die gegebenen Ebenen durchschneiden, zu bestimmen. Durch die Erklärung einiger weniger Beispiele wird der Anfänger hoffentlich in die Lage versetzt werden, den Weg entdecken zu können, auf welchem die anderen gefunden worden sind. Wenn die drei Flächen des Würfels in der Darstellung gleich erscheinen, so sind die Linien auf diesen Flächen, welche den grösseren Diagonalen parallel sind, auch mit der Projectionsebene parallel.

In Fig. 71 sind die Punkte a, b und c in gleicher Entfernung von der Projectionsebene, und es sind daher die geraden Linien, welche zwischen diesen Punkten gezogen werden, mit der Projectionsebene parallel. Dann ist der Punkt d, wo die Linie a b den Rand der Ebene c f g e erreicht, in derselben Entfernung von der Projectionsebene, wie der Punkt c, wel-

cher mit einem anderen Punkte auf der Ebene c f g e zusammen fällt. Daher ist die Linie c d mit der Projectionsebene parallel, und dasselbe ist der Fall mit den doppelten kurzen Parallellinien, welche mit c d parallel sind.

Um in Fig. 73 die Lage der Punkte in gleicher Distanz von der Projectionsebene in den Linien a b und c d zu finden, ziehe man die Diagonale m f, bezeichne den Punkt i, in welchem dieselbe a b durchschneidet, ziehe die Diagonale f k, und bezeichne den Punkt l, wo sie die Linie c d durchschneidet. Diese Punkte i l, oder alle anderen Punkte an, oder parallel mit einer Linie, welche durch dieselben geht, sind in gleicher Entfernung von der Projectionsebene. Da jedoch a b c d nicht ein ebener Schnitt ist, so kann eine gerade Linie von i nach l gezogen, nicht in der Oberfläche derselben erscheinen.

Um in Fig. 75 die Richtung einer Linie auf der Ebene a b c, welche mit der Projectionsebene parallel ist, zu finden, ziehe man c e parallel zu A C, und von e die Linie e f parallel zu A B, dann eine Linie von f nach c parallel zu der Projectionsebene. Um eine solche auf der Ebene a c d zu finden, ziehe man g c parallel zu a d, verbinde beide durch g a, dann wird a d c g die Ebene seyn, welche den Würfel schneidet, wenn die Ebene a d c erweitert wird. Wenn man die Diagonalen A B und C B zieht, und die Punkte, in welchen die erstere die Linie a g in i, und die letztere die Linie c d in h durchschneidet, bezeichnet, so wird eine Linie von i nach h gezogen, oder alle andere Linien, welche auf der Ebene a b c mit dieser parallel verzeichnet werden, mit der Projectionsebene parallel seyn.

Um die Richtung einer Linie zu finden, welche in der Ebene a b c Fig. 78 mit der Projectionsebene parallel ist, ziehe man die Diagonalen A B und A C, und von d, wo die erstere die Linie b c durchschneidet, ziehe man nach e, wo die letztere die Linie a c schneidet, die Gerade d e, welche mit der Projectionsebene parallel ist; so ist a b, eine Seite der Zeichnung des gleichseitig dreiseitigen Durchschnittes, in dieser Projection mit der Projectionsebene parallel, und jede der beiden andern Seiten bildet mit dieser Ebene einen Winkel von 55^0.

Um die Richtung einer Linie zu finden, welche in der

Ebene g f b Fig. 80 mit der Projectionsebene parallel ist, ziehe man die Diagonale A B und B C, verzeichne a b senkrecht auf A B, nehme die Distanz a b, errichte aus einem Punkte c auf die Diagonale B C die senkrechte c d von gleicher Länge mit a b, ziehe dann d e parallel mit C B, so wird e b eine Linie in der Ebene e g f b seyn, welche mit der Projectionsebene parallel ist.

Um in Fig. 81 in der Ebene a b c d die Richtung einer Linie zu finden, welche mit der Projectionsebene parallel ist, verzeichne man die Diagonalen A B und A C, ziehe von e, wo die erstere a b schneidet, nach f, wo die letztere d c schneidet, eine Gerade, und diese wird sodann mit der Projectionsebene parallel seyn. In der Ebene a b g h findet man diese Linie auf dieselbe Art, indem man die andere Diagonale B C verzeichnet; dann wird eine Gerade von e nach i gezogen, mit der Projectionsebene parallel seyn.

Es mag hier bemerkt werden, dass Linien, welche auf der Projectionsebene senkrecht stehen, auf einer der projectirten Ebenen nicht dargestellt erscheinen können.

Gehen wir mit der Beschreibung der Figuren in regel-
F. 102. mässiger Ordnung vorwärts, so stellt Fig 102 das Stück einer achtseitigen Pyramide dar, wovon Fig. 99 den Grundriss, sowohl der Grundfläche, als der oberen Fläche enthält.

F. 103. Fig. 103 ist das Bild einer achtseitigen Pyramide, wovon die strahlenförmigen Linien Fig. 99 die gerade Projection auf der Grundfläche bilden.

F. 104. Fig. 104 ist ein achtseitiges Prisma von der Grösse des inneren, in Fig. 99 und 101 mit punktirten Linien bezeichneten Achteckes mit kleinen rechtwinkeligen Prismen, welche senkrecht von jeder Fläche hervorragen. Diese sind im Grundrisse Fig. 99 nicht gezeichnet, aber es wird hoffentlich einleuchten, dass man auf diese Weise Würfel in jeder möglichen Lage darstellen könne. Es ist bemerkenswerth, dass in den mit c, e und g bezeichneten Würfeln nur zwei Flächen sichtbar sind, und dass jede dieser Flächen ein rechtwinkliges Parallelogramm bildet, während man in den beiden anderen Prismen d und f drei Flächen sieht, wovon jedoch keine ein rechtwinkliges Parallelogramm ist.

Die Prismen c, b und h können als die Fortsetzungen der Prismen g, f und d angesehen werden, welche durch das achtseitige Prisma a hindurchgehen.

Fig. 105 zeigt das in Fig. 100 dargestellte Object, durch eine geneigte Diagonalebene des Würfels geschnitten. F.105.

Fig. 106 stellt ein achtseitiges Prisma dar, welches auf einer geneigten Diagonalebene des Würfels ruht. F.106.

Fig. 107 stellt ein Zapfenloch im Würfel dar, welches für das Stück einer Pyramide, die von solch einer geneigten Diagonalebene geschnitten ist, vorgerichtet wurde. Wird der Würfel mit seinem Zapfenloche über das Stück der Pyramide Fig. 102 gestürzt, so wird er, sobald er die Grundfläche derselben erreicht, vollkommen an sie anpassen. F.107.

Fig. 108 ist der Grundriss eines sechsseitigen Prismas, welches auf einem Prisma mit quadratischer Grundfläche ruht, und Fig. 109 ist die Projection dieser Objecte. F.108.

Wenn man ein Quadrat in einem anderen Quadrate verzeichnet, Fig. 86, und beide Quadrate in einerlei Ebene liegen, und jedes derselben die Fläche eines Würfels, und 1—4 (Fig. 110) die Diagonale des einen, und a b die Seite des anderen ist, so sind die Punkte b′, a′, c′ Projectionen der Ebene b a c in der Ebene q p, wovon die Darstellung in Fig. 111 gegeben ist. Die Linie a f und alle mit derselben parallele Linien an jeder Fläche des inneren Würfels können mittelst desselben Maasstabes gemessen werden, wie der Grundriss der Fläche des Würfels Fig. 86. Die Linie a c und alle mit derselben parallelen Linien in der Fläche a c g f können mit dem Maasstabe der Halbmesser oder der Seite des Sechseckes gemessen werden, und diese letztere Scala gilt auch für die Diagonalen f b oder a h, und für ihre Parallelen. F.110. F.111.

Da die Linie a b die Darstellung einer Linie von derselben Länge, wie a c ist, so können alle Parallelen zu a b entweder mittelst des Proportionalzirkels, oder mittelst einer Scala, welche in dem Verhältnisse von a b : a c entworfen wird, gemessen werden. Oder wenn man irgend eine Entfernung, wie a k, an der Linie a f nimmt, und von dem Punkte k eine Parallele zu f b zieht, so wird man eine entsprechende Distanz, a l, als an der Linie a b gemessen, erhalten.

Wenn, wie in Fig. 110 die Lage des kleineren Würfels verändert wird, so dass die Diagonale B C parallel, und die Diagonale A D senkrecht zur Projectionsebene gestellt ist, so ist die Darstellung davon, welche durch korrespondirende Buchstaben von der einen Figur auf die andere übertragen werden kann, in Fig. 112 gegeben, in welcher die beiden Flächen des Würfels A B und B C gleiche rechtwinklige Parallelogramme sind. Vielleicht ist nun eine hinreichende Zahl von Beispielen gegeben, um zu beweisen, dass keine Lage denkbar ist, in welche ein Würfel gegen den andern gebracht werden kann, welche nicht auf diese Art leicht dargestellt werden könnte, und dass man sich Maasstäbe zu entwerfen im Stande sey, um Dimensionen abzunehmen, oder Linien in irgend einer Richtung an einer Fläche bei was immer für einem Neigungswinkel gegen die Projectionsebene zu messen.

F.113. Fig. 113 ist der Seitenaufriss eines Fussgestells mit einem Wassergrand, welcher herausgehoben, und gegen das
F.114. Fussgesims der Säule gelehnt erscheint, wie es Fig. 114 darstellt. Die Buchstaben und punktirten Linien einer jeden Figur beziehen sich auf jene Punkte und Linien, welche zur Bestimmung der geeigneten Lage des Grandes in der Projection erforderlich sind, insbesondere auf die Punkte b, d und e.

F.115. Fig. 115 wird hoffentlich die Idee auf die Anwendung dieser Perspective zur Darstellung des Innern hohler Räume führen. A ist die Seitenfläche einer Mauer mit einem Thorwege, und das Thor ist in einem Winkel von 45^0 geöffnet. B ist die Fläche einer andern Mauer mit einem geöffneten Fenster, dessen Pfosten unter einem Winkel von 45^0 nach einwärts gekehrt sind; C ist die Decke. Die Dicke des Estrichs über der Decke ist in f f dargestellt. Der Winkel des geöffneten Thores von 45^0 ist der passendste, um die Dicke der Mauern w w zu zeigen. Die Fläche des Thores ist mit einer geneigten Diagonalebene parallel, und daher können die Dimensionen auf dieselbe Weise bestimmt werden, wie es in dem zweiten Paragraph pag. 15 erklärt wurde.

Fig. 116 stellt einen Estrich und zwei Mauern vor, mit einer Treppenleiter, welche auf dem Estrich steht, und an einer

Mauer angelehnt ist. Die kürzere Linie muss vor Allem ihre genaue Richtung erhalten, denn bei dieser wird der Anfänger viel leichter fehlen, als bei längeren Linien. Es ist daher zu empfehlen, alle die Beispiele in einem grösseren Maasstabe zu zeichnen, und man wird den Vortheil davon bei dem Zeichnen der einzelnen Theile dieser oder anderer Objecte, welche man darstellen will, bald gewahr werden, wenn man einen viel grösseren Maasstab wählt.

Fig. 117 stellt einen Würfel dar, welcher nach den Seiten des Achteckes, das auf jeder Würfelfläche verzeichnet ist, durch Ebenen geschnitten ist. Die Linien, welche in dieser und in manchen anderen Figuren in sechs verschiedenen Richtungen gezogen sind, können alle, so wie ihre Parallelen, mit Hülfe eines Triangels von 30^0, 60^0 und 90^0, und eines Parallelbretes gezogen werden, ohne dass man die Lage des letzteren verändert, und mit denselben Hülfsmitteln werden auch die Gränzlinien in der Projection des Würfels, die Diagonalen, und alle mit diesen gleichlaufenden Linien verzeichnet. F. 117.

Fig. 118 stellt die Lage von Fig. 102 mit Rücksicht auf die Projectionsebene q p dar. Die Linien a b, c d und e f in der einen, entsprechen den Linien, welche mit denselben Buchstaben in der anderen Figur bezeichnet sind. Wenn diese Linien in Fig. 118 durch eine Ebene in der Richtung der Linie a g, welche der Projectionsebene parallel ist, geschnitten werden, so wird man auf diesem Wege, wenn man die entsprechenden Linien in Fig. 102 in demselben Verhältnisse theilt, die Projection erhalten, welche sich darstellt, wenn man eine Ebene parallel mit der Projectionsebene schneidet. F. 118.

Obwohl in den verschiedenen Projectionen einer Linie zahlreiche Veränderungen in ihrer Länge erscheinen werden, so werden doch gleiche Eintheilungen der einen Projection, denen der anderen gleich seyn, und ungleiche Theilungen werden im Verhältnisse der Linien stehen, an welchen sie aufgetragen wurden.

Die Figuren 119, 120 und 121 zeigen, wie diese Methode in den Figuren 100, 101, 103 und 104 dazu angewendet werden könne, um die Richtung von Linien oder Ebenen, parallel der Projectionsebene zu erhalten. F. 119. F. 120. F. 121.

F.122 Fig. 122 repräsentirt einen Würfel, der durch eine Ebene, welche in der Beschreibung der Fig. 77 erklärt ist, geschnitten wird, wodurch ein reguläres Sechseck entsteht. Diese Ebene ist mit der Projectionsebene parallel.

F.123. Fig. 123 zeigt uns ein Stück, welches in Fig. 122 von dem Würfel hinweggeschnitten worden ist, und wenn dieses auf den Schnitt gelegt wird, so wird die Darstellung des ganzen Würfels wieder vollkommen erscheinen.

F.124. Fig. 124 ist die Projection eines Würfels, durch welchen ein ebener Schnitt geführt wurde, der ein regelmässiges Sechseck hervor bringt, wenn er den gleichseitig dreiseitigen Durchschnitten in Fig. 78 parallel ist. Die Buchstaben zeigen an, welche Seiten und Punkte jenen in Fig. 122 entsprechen.

F.125. F.126. F.127. Die Figuren 125, 126 und 127 sind die Darstellungen von unregelmässigen sechsseitigen Durchschnitten. Die punktirten Linien in der letzten Figur, bis zu den Punkten g, i und k verlängert, zeigen den dreiseitigen Durchschnitt, welcher gebildet wird, wenn man die drei Flächen des Würfels erweitert. In den Figuren 122, 124, 125 und 126 zeigen die punktirten an, wo sich a d und d e schneiden, nämlich in g, wenn die Schnittebenen des Würfels und die Ebenen der Würfelflächen in dieser Richtung erweitert werden.

F.128. F.129. Fig. 128 und 129 sind Projectionen von fünfseitigen Durchschnitten. Da in einem regulären Fünfecke keine Seite mit einer anderen parallel läuft, so kann der Würfel durch keine Ebene so geschnitten werden, dass diese Figur zum Vorschein kommen könnte. Denn wenn a b und e d oder d b und e c in einer dieser Figuren nicht parallel wären, so könnte sie nicht in einer und derselben Ebene liegen, wie in der Beschreibung der Figuren 73 und 74 erklärt wurde. Aus dem bereits Gesagten wird auch der Grund, warum die punktirten Linien bis zum Punkte g verlängert werden, einleuchten.

F.130. F.131. Wenn Fig. 130 die Fläche oder ein quadratischer Durchschnitt eines Würfels ist, so zeigt Fig. 131 die Grösse der Diagonalebene, worin die längere Seite a″ b″ oder c″ d″ gleich ist der Diagonale e b in Fig. 130.

F.132. Fig. 132 zeigt die Grösse des grössten Rhombus, in wel-

chem jede Seite gleich e d Fig. 130 ist. Die längere Diagonale b′ d′ ist gleich der Diagonale a″ d″ Fig. 131, und die kürzere Diagonale a c ist gleich der Diagonale b c Fig. 130. Fig. 133 F. 133. ist der grösste Durchschnitt von der Form eines gleichseitigen Dreieckes, wovon jede Seite der Diagonale b c Fig. 130 gleich ist, und die Senkrechte a c ist gleich c″ e oder d″ e in Fig. 131. Fig. 134 ist der grösste reguläre sechseitige Durchschnitt. F 134. Jede Seite ist gleich e f Fig. 130, der Durchmesser a b ist gleich der Diagonale b c Fig. 130, der Diagonale a c in Fig. 132 und der Seite des Dreieckes in Fig. 133, und die Senkrechte c d ist gleich den Linien c″ e und d″ e in Fig. 131 und der Linie a c in Fig. 133. Diese letzten fünf Figuren zeigen die relativen Verhältnisse der grössten und regelmässigsten Durchschnitte eines Würfels.

Fig. 135 ist die Hülle eines Würfels. Die doppelten Dia- F. 135. gonallinien a″ b″ und c″ d″ zeigen, wo zwei Flächen durch eine Diagonalebene geschnitten werden, deren kürzere Seiten die Kanten b″ d und a″ c″ sind. Die punktirten Linien a d′ d′ c, c b′ und b′ a zeigen an, wo ein Durchschnitt, der den grössten Rhombus bildet, vier Flächen schneidet. Die einfachen Diagonallinien a b, b d und d a zeigen an, wo der dreiseitige Durchschnitt drei Flächen durchschneidet. Die Linien 1 — 2, 2 — 3, 3 — 4, 4 — 5, 5 — 6 und 6 — 1, zum Theil punktirt, zeigen an, wo der sechseitige Durchschnitt sechs Flächen schneidet. Die Buchstaben und Zahlen entsprechen denen der früheren Figuren, auf die sie sich beziehen.

Es ist dem Anfänger zu empfehlen, sich solche Hüllen eines Würfels zu verzeichnen, so dass eine jede für sich einen andern Durchschnitt darstellt; auch Karten oder Pappendeckel so zu schneiden, dass die Flächen des Würfels umgelegt die Richtung eines jeden Schnittes in den festen Körper anzeigen. Man kann sich den Begriff von den Würfelschnitten und von ihrem Erscheinen, wenn sie in verschiedenen Stellungen projectirt werden, nicht klar genug machen und fest genug einprägen.

Erläuterung der Beispiele,

um die Anwendung dieser Perspective auf die Darstellung krummer Linien und Flächen zu erklären.

F. 136. Angenommen Fig. 136 sey die Fläche eines Würfels, und der grössere Kreis in derselben sey die Endfläche eines Cylinders, in dessen Gestalt der Würfel geschnitten wurde. Mit Hülfe der äusseren und inneren Quadrate sind acht Punkte in dem Umkreis der Kreisfläche gegeben, deren jeder mit einem Buchstaben bezeichnet ist.

Zieht man die Durchmesser in verschiedenen Richtungen
F. 137. wie sie Fig. 137 zeigt, so erhält man die Punkte e, f, g, h, welche an dem Umkreise mit entsprechenden Buchstaben bezeichnet wurden. Macht man nun a b, den längeren Diameter der Ellipse gleich lang mit a b, dem Durchmesser des Kreises in Fig. 136, und zieht man die Linien a c und a d, oder b c und b d parallel mit einem Halbmesser oder einer Seite des Würfels, so sind die Punkte an den Enden des kürzeren Durchmessers gefunden.

Wenn die Erdfläche des Cylinders oder eines anderen Objectes nicht gross ist, so genügen gewöhnlich diese acht Punkte um mit einer ruhigen Hand die geforderte krumme Linie zu ziehen. Ist das Object aber gross, so können auf eine ähnliche Weise eine Menge Hülfspunkte gefunden werden, so dass der Zeichner in den Stand gesetzt wird, ein genaues Bild, entweder des Kreises, oder einer anderen krummen Linie zu entwerfen.

Wenn dem Künstler ein Ellipsograph zu Gebote steht, so kann er mittelst desselben die Projection des Kreises verzeichnen, nachdem er die Endpunkte der grossen und kleinen Achse gefunden hat.

Ein Instrument zum Verzeichnen von Ellipsen, das wie ein gewöhnlicher Ellipsograph, aber ohne Fugen construirt ist, und zwar so, dass man mit einmaligem Anlegen nur ein Viertel der Ellipse (welches alle Elemente der Curve enthält) verzeichnen kann, leistet dem Zeichner, und mit einer kleinen Zuthat auch dem Graveur die besten Dienste. Man muss aber

bei der Anschaffung eines solchen Instrumentes nebst dem Preise auch noch darauf sehen, dass es nicht leicht in Unordnung gerathen könne, verschiedene Ellipsen zu verzeichnen gestatte, leicht einzustellen und zu gebrauchen sey, und kein zu starkes Verzeichnen erlaube. Der Verfasser besitzt ein solches Instrument, das ihm bei diesem Werke sehr gute Dienste leistete, und womit man eine Reihe Ellipsen von der kleinsten Grösse bis zu einem Durchmesser von vier Fuss verzeichnen kann, und doch liess es sich in einem Kasten von 14 Zoll Länge und 1 ½ Quadratzoll Querschnitt verpacken. Nach demselben Grundsatze können Instrumente grösseren oder kleineren Umfangs verfertiget werden; aber kleine Instrumente für kleine Ellipsen, und grössere für grosse Ellipsen sind unstreitig am Besten. Mit einem kleinen Proportionalzirkel ist es unmöglich, einen grossen Kreis zu beschreiben, und es ist eben so unmöglich, mit einem grossen Zirkel einen sehr kleinen Kreis mit Genauigkeit zu verzeichnen. Wenn man die Verzeichnung von Kreisen in einer isometrischen Ebene vornehmen will, so ist ein Sortiment isometrischer Ellipsenformen das richtigste und bequemste Mittel, dieselben hervorzubringen, sowohl mit Bleistift, als mit Tusch. Hierüber wird noch eine umständlichere Erklärung gegeben werden.

Um auf Fig. 137 zurückzukommen, so ist das untere Ende des Cylinders durch eine halbe Ellipse angezeigt, für welche man Punkte erhält, wenn man von den Puncten a, g, d, h, b senkrechte Linien von gleicher Länge nach abwärts zieht. Der Cylinder ist schattirt, als wäre er hohl; um einen massiven Cylinder darzustellen, hat man der oberen Endfläche ein gleichförmiges Licht zu geben.

Um einen Kegel darzustellen, befolgt man dieselbe Methode der Verzeichnung seiner Grundfläche, welche bereits für die Endfläche des Cylinders angegeben wurde, s. Fig. 138. F. 138.
Indem der Kegel, als im Würfel gebildet, gedacht wird, und da er ein gerader Kegel ist, dessen senkrechte Höhe gleich ist einer Seite des Würfels, so befindet sich seine Spitze in dem Mittelpunkte der, der Grundfläche entgegengesetzten Fläche des Würfels. Dieser Punkt wird gefunden, wenn man die

Diagonalen verzeichnet, und dann die beiden geraden Linien, welche die Seiten des Kegels darstellen, aus dem Durchschnittspunkte der Diagonalen als Tangenten zur krummen Linie der Basis zieht. Es ist klar, dass man für den Fall, dass ein anderer Punkt der unteren Fläche des Würfels für den Scheitelpunkt gelten soll, die Projection eines schiefen Kegels erhält.

F. 139. Um einen Kegel, wie in Fig. 139 darzustellen, wird es für den Anfänger rathsam seyn, die ganze Grundfläche zu zeichnen, als wäre der Kegel durchsichtig, und wenn dann die Seiten als Tangenten der Curve gezogen sind, den Theil, welcher in einem undurchsichtigen Körper, wie in dieser Figur hier, verborgen ist, wieder auszulöschen. Diese Methode wird beinahe nothwendig, um aufzufinden, wie viel von der Curve sichtbar bleibt, und um den Anfänger vor der Meinung zu bewahren, welcher viele anhängen, dass nur die Hälfte der Grundfläche des Kegels, wie an dem Boden des Cylinders in Fig. 137, dargestellt werden könne. Die Punkte, in welchen die Seiten des Kegels Tangenten zur Curve der Grundfläche sind, variiren mit der Höhe. Wenn in der Darstellung eines Kegels die Spitze an oder in den Umkreis der Grundfläche fällt, so sieht man die Profile seiner Seiten nicht mehr.

Eine Sphäre oder Kugel wird durch einen Kreis dargestellt. Wenn der Durchmesser der Kugel gleich der Seite der Fläche des Würfels ist, so wird der Durchmesser des Kreises gleich dem Diameter a b des Kreises in Fig. 136 seyn, oder seiner Projection a b in Fig. 137.

F. 140. Fig. 140 zeigt eine Kugel von so grossen Dimensionen, als in dem Würfel, der mit punktirten Linien gezeichnet ist, Platz finden können.

Um eine Kugel zu zeichnen, welche auf irgend einem Punkte ruht, oder fest steht, z. B. auf dem Mittelpunkte jeder äusseren Winkelfläche, finde man erst den Mittelpunkt einer jeden Fläche dadurch, dass man die Diagonalen zieht (wel-
F. 141. che man in Fig. 141 nicht sieht), und trage von den Durchschnittspunkten nach aussen auf der kleineren Diagonale die Länge der isometrischen Projection des Halbmessers auf, wo-

durch man die Mittelpunkte der Projection der Kugeln erhält. Man ziehe sodann um diese Punkte mit dem ursprünglichen Halbmesser (Fig. 136) der Kugel die Kreise wie in Fig. 141. Beabsichtiget man eine innere Darstellung des Würfels, so wird das Centrum zur Beschreibung der Kugeln, als vom Mittelpunkte einer jeden Fläche projectirt, zwischen dem Mittelpunkt dieser Fläche, und dem Durchschnittspunkt der drei Halbmesser fallen. Drei Kugeln von derselben Grösse könnten auf diese Art nicht so gestellt werden, ohne einander zu durchschneiden.

Wenn ein Würfel, wie in Fig. 142 ausgeschnitten wird, F.142.
so dass das Centrum eines jeden Quadranten in einem Eck des Würfels liegt, so wird sein Bild, wenn die Gestalt eine prismatische ist, wie in Fig. 143, und wenn sie eine pyramidale F.143.
ist, wie in Fig. 144, oder in umgekehrter Stellung, wie in F.144.
Fig. 145 aussehen. F.145.

Wenn ein Würfel durch halbkreisförmige Linien geschnitten wird, wobei der Mittelpunkt eines jeden Bogens in der halben Seite einer Fläche des Würfels (in der Mitte der Kante), liegen wie im Grundrisse Fig. 146, so zeigt Fig. 147 eine pris- F.146.
matische Projection davon. Es wäre überflüssig, nachdem wir F.147.
die Projectionen eines Kegels und der Pyramide in Fig. 144 und 145 erklärt haben, noch die Perspective einer Pyramide zu zeigen, deren Grundfläche die Form von Fig. 146 hat. Lässt man jede andere Linie in Fig. 147 aus, so erscheint Fig. 148. F.148.
So wird die Darstellung einer Sförmigen Oberfläche, in verschiedenen Stellungen, hervorgebracht.

Fig. 149 ist der Aufriss der Endfläche eines Halbcylin- F.149.
ders a b c, welcher an ein rechtwinkliges Prisma a c A D gefügt ist. Fig. 150 und 151 sind Projectionen dieser Gestalt, F.150.
mit der Anwendung unserer Methode auf äussere und innere, F.151.
obere und untere Ansichten von Bögen für Brücken, Gewölbe u. s. w., wenn man sie in den verschiedenen Stellungen, in welchen sie angebracht werden können, betrachtet.

Fig. 152 ist der Grundriss der letzteren Figur, und hier F.152.
werden die beiden Richtungen ersichtlich, in welchen das Object als geschnitten erscheint.

F.153. Fig. 153 zeigt dieselbe Gestalt durch eine Verticalebene, welche durch die Linie a b des Grundrisses Fig. 152 geht,
F.154. geschnitten, und Fig. 154 stellt sie dar, wie sie durch eine Ebene in der Richtung der Linie a c geschnitten wird. Die entsprechenden Höhen von der Ebene der Grundfläche bis zum Bogen sind in jeder Figur mit 1 — 2 und 3 — 4 bezeichnet.

F.155. Fig. 155 ist die äussere Darstellung einer Halbkugel,
F.156. wenn die Durchschnittsebene eine isometrische ist. Fig. 156 ist die innere Darstellung einer hohlen Halbkugel. Wenn Fig. 155 über Fig. 156 gestellt wird, so wird die ganze Kugel erscheinen.

F.157. Fig. 157 zeigt eine hohle Kugel, wovon der vierte Theil durch eine horizontale und eine verticale isometrische Ebene herausgeschnitten ist. Die Kugelschnitte, wie sie in diesen Figuren projectirt sind, sind durchaus isometrische Ellipsen oder Theile davon.

Die grössere und kleinere Achse zu finden,

wenn die isometrischen Durchmesser der Projection des Würfels gegeben sind.

F.158. Es sey a b c d Fig. 158 die Projection eines Quadrates, so sind die Linien 1 — 5 und 7 — 3, welche parallel mit den Seiten des Quadrates gezogen werden, die isometrischen Durchmesser des grössten Kreises, welcher in das Quadrat eingeschrieben werden kann, für welchen, wenn er als gegeben angenommen wird, im Umkreise der Darstellung vier Punkte, nämlich 1, 3, 5 und 7, bestimmt sind. Nun ziehe man die Diagonalen a c und b d, man nehme e f gleich e a oder e c, so wird a f und c f gleich den Seiten des Quadrates seyn, deren Projectionen a d und c d sind. Dem zunächst mache man e 8 und e 4 gleich f g, oder gleich der Hälfte von a f, so ist 8 — 4 = a f, der grösseren Achse. Man ziehe 8 — 2 parallel zu a d, und schneide e d im Punkte 2; dann mache man e 6 gleich e 2, und 6 — 2 wird die kleinere Achse seyn. So erhält man acht Punkte, durch welche die Curve gezogen

werden kann. Oder wenn die Verhältnisse der Durchmesser einer isometrischen Ellipse bekannt sind, so werden die einer andern Ellipse auf folgende Weise gefunden: — Es sey e f die Hälfte eines isometrischen Durchmessers einer anderen Ellipse; man ziehe $8' - 1'$ parallel zu $8 - 1$, und es ist $e - 8'$ die Hälfte der grösseren Achse; zieht man $8' - 2'$ parallel mit $8 - 2$, so ist ee' die Hälfte der kleineren Achse der Ellipse.

Wenn die kleinere Achse einer isometrischen Ellipse gleich ist der Seite eines gleichseitigen Dreieckes, so wird die grosse Achse den zwei Senkrechten gleich seyn; oder es können zwei gleichseitige Dreiecke, welche die kleinere Achse als eine Seite mit einander gemein haben, in eine isometrische Ellipse eingeschrieben werden, wie in der Mitte von Fig. 167.

Fig. 159 und 160 zeigen, wie auf diese Art eine kreis- F. 159.
förmige Ebene oder eine Kreisfläche, welche in eine Anzahl F. 160.
gleicher Theile getheilt ist, durch Tangenten - Scalen in dieser Perspective dargestellt werden können. Die Auseinandersetzung der Anwendung der Tangenten - Scalen, welche bereits gegeben wurde, macht es wohl überflüssig, hier noch Mehreres zu sagen, als auf den Unterschied der Anwendung aufmerksam zu machen, welchen die Zahlen und Linien hoffentlich deutlich anzeigen.

Man wird die Grundsätze der Tangenten - Scala auf die Darstellung von Rädern, Säulenkränzen, Cannelirungen von Säulen, Radschaufeln, Schluss-Steinen von Gewölben u. s. w. anwendbar finden.

Die verschiedenen Durchmesser der Ellipse, als Darstellung von Linien, die alle eine gleiche Länge haben (die Durchmesser des Kreises), sind Proportional - Scalen, mit welchen alle Linien in dieser oder in parallelen Richtungen gemessen werden können.

Fig. 161 ist der Grundriss eines cylindrischen Ringes auf F. 161.
einem Fussgestelle mit zwei Stufen.

Fig. 162 ist ein Aufriss desselben. F. 162.

Fig. 163 ist ein Durchschnitt des Cylinders und eines F. 163.

Theiles des Fussgestelles. Die Linie a b ist die Richtung der Projectionsebene.

F. 164. Fig. 164 ist eine isometrische Projection der Hälfte des Ringes und Piedestals, wobei die Seite des Piedestals dem Beobachter zugewendet ist. Die krummen und punktirten Linien, welche die Darstellungen der Kreislinien an der Oberfläche des Ringes sind, mit Zahlen, die denen der zwei früheren Figuren entsprechen, bezeichnet, sind Theile isometrischer Ellipsen. In der Darstellung sind die mit a bezeichneten Linien, welche den Cylinder umgeben, ebenfalls isometrische Ellipsen; und der Durchmesser des Durchschnittes 3 — 7 steht im isometrischen Verhältnisse zu dem Diameter 1 — 5. Die Profile eines cylindrischen Ringes können weder in der isometrischen, noch in einer anderen Projection oder Perspective Ellipsen seyn.

Diese Behauptung wird als vollkommen nachgewiesen erscheinen, wenn man die Profile des Ringes von Fig. 161 betrachtet, wo sie Kreise bilden, und von Fig. 162, wo sie aus Halbkreisen und geraden Linien bestehen. In allen anderen Lagen, in welchen der Ring projectirt, oder angesehen werden kann, haben die Profile diese beiden charakteristischen Eigenschaften. Je grösser der Durchmesser des Cylinders im Verhältnisse zum Durchmesser des Ringes ist, desto grösser ist die Abweichung des Profils von der Form einer isometrischen Ellipse.

F. 165. Fig. 165 ist eine Darstellung des halben Ringes und Piedestals, wobei das Eck des Piedestals dem Beobachter zugewendet ist. Die punktirten krummen Linien, die Durchschnitte des Cylinders, und die krumme Linie a, welche ihn umgibt, sind isometrische Ellipsen. Die Linie b ist ein Theil einer Ellipse, von derselben Proportion als der Durchschnitt des Cylinders in der früheren Figur.

F. 166. Fig. 166 ist die Darstellung des ganzen Ringes auf dem Piedestal, wobei eine Seite des letzteren dem Beobachter zunächst ist. Die Buchstaben und Zahlen der Bezeichnung entsprechen denen der früheren Figuren, in deren Beschreibung die verschiedenen Theile erklärt wurden. Die kleinere Achse

c d des Profiles dieses Ringes ist um den vierten Theil grösser als die einer isometrischen Ellipse, während die grössere Achse in beiden dieselbe ist.

Fig. 167 ist eine Reihe isometrischer Ellipsen, welche mittelst Formen gezogen wurden. Die Endpunkte der einzelnen Durchmesser sind mit Zahlen bezeichnet, welche jenen von Fig. 158 entsprechen. Der Grundsatz, nach welchem diese Formen verfertiget sind, ist der, dass, wenn ein Kegel a b c, Fig. 168, durch eine Ebene d e geschnitten wird, eine isometrische Ellipse zum Vorschein kömmt, und dass ferner, wenn derselbe durch andere Ebenen, die mit d e parallel sind, geschnitten wird, die Schnitte ebenfalls isometrische Ellipsen sind, wobei die Linie f g durch den Mittelpunkt einer jeden gehet. F.167. F.168.

Nach diesem Grundsatze kann man eine Reihe von Ellipsen, sowohl von isometrischen als anderen, von Kreisen, Parabeln, Hyperbeln, bis zu einem so geringen Grade des Unterschiedes, als nur immer in der feinsten Zeichnung oder Gravirung verlangt werden kann, erhalten.

Wenn eine Seite der Würfelfläche die kleinere Achse einer isometrischen Ellipse ist, so ist die Diagonale der Fläche der isometrische Diameter, und die Diagonale des Würfels ist die grössere Achse.

Fig. 169 hatte die Bestimmung, diess in der ersten Ausgabe nachzuweisen, aber die Gränzen erlaubten nicht, diese Zeichnung mit aufzunehmen. Wenn die kleinere Achse A B zur Seite eines Quadrates gemacht wird, so wird die Linie B c, d. i. die Diagonale des Quadrates, oder die Linie B C, welche der vorigen gleich, und die längere Seite der Diagonale des Würfels ist, der isometrische Durchmesser seyn; und A C, d. i. die Diagonale einer Diagonalebene, oder eine Diagonale des Würfels ist die grössere Achse. Wenn man daher mittelst des Dreieckes A B C, die nöthigen Linien zieht, und wenn entweder die kleinere Achse, oder der isometrische Durchmesser oder die grössere Achse einer isometrischen Ellipse gegeben ist, so können die beiden anderen dieser Linien gefunden werden. F.169.

Es sey nun A c'' die grössere Achse einer isometrischen Ellipse, und man ziehe b c'' parallel zu B C, so wird b c der isometrische Durchmesser, und A b die kleine Achse seyn. Oder es sey B e' ein isometrischer Durchmesser und a c' parallel zu A C, so wird B a die kleine und a c' die grosse Achse seyn. Hier ist es klar, dass das Quadrat der kleinen Achse zwei Mal genommen, gleich sey dem Quadrate des isometrischen Durchmessers; und die Summe aus dem Quadrate der kleineren Achse und dem Quadrate des isometrischen Durchmessers, ist gleich dem Quadrate der grösseren Achse.

Herr Francillon von Gloucester, k. Schiffs-Lieutenant, hat zu seinem eigenen Gebrauche nachstehende Tabelle berechnet, und dem Verfasser, obwohl nicht persönlich mit ihm bekannt, sehr gefällig eine Kopie davon, mit der Erlaubniss, sie zu veröffentlichen, übersendet.

Tafel,

um Kreise in der isometrischen Perspective zu verzeichnen.

Kleine Achse.	Isometrischer Halbmesser.	Grosse Achse.	Kleine Achse.	Isometrischer Halbmesser.	Grosse Achse.
707	1	1,225	12,728	18	22,045
1,414	2	2,449	13,435	19	23,270
2,121	3	3,674	14,142	20	24,495
2,828	4	4,899	14,849	21	25,720
3,536	5	6,124	15,556	22	26,944
4,243	6	7,348	16,263	23	28,169
4,950	7	8,573	16,971	24	29,394
5,657	8	9,798	17,678	25	30,619
6,364	9	11,023	18,385	26	31,843
7,071	10	12,247	19,092	27	33,068
7,778	11	13,472	19,799	28	34,293
8,485	12	14,697	20,506	29	35,518
9,192	13	15,922	21,213	30	36,742
9,899	14	17.146	21.920	31	37,967
10,607	15	18,371	22,627	32	39,192
11,314	16	19,596	23,335	33	40,417
12,021	17	20,821	24,042	34	41,641

Kleine Achse.	Isometrischer Halbmesser.	Grosse Achse.	Kleine Achse.	Isometrischer Halbmesser.	Grosse Achse.
24,749	35	42,866	48,083	68	83,283
25,456	36	44,091	48,790	69	84,507
26,163	37	45,316	49,497	70	85,732
26,870	38	46,540	50,205	71	86,957
27,577	39	47,765	50,912	72	88,182
28,284	40	48,990	51,619	73	89,406
28,991	41	50,215	52,326	74	90,631
29,698	42	51,439	53,033	75	91,856
30,406	43	52,664	53,740	76	93,081
31,113	44	53,889	54,447	77	94,306
31,820	45	55,114	55,154	78	95,530
32,527	46	56,338	55,861	79	96,755
33,234	47	57,563	56,569	80	97,980
33,941	48	58,783	57,276	81	99,204
34,648	49	60,012	57,983	82	100,429
35,355	50	61,237	58,690	83	101,654
36,062	51	62,462	59,397	84	102,879
36,770	52	63,687	60,104	85	104,103
37,477	53	64,911	60,811	86	105,328
38,184	54	66,136	61,518	87	106,553
38,891	55	67,361	62,225	88	107,778
39,598	56	68,586	62,933	89	109,002
40,305	57	69,810	63,640	90	110,227
41,012	58	71,035	64,347	91	111,452
41,719	59	72,260	65,054	92	112,676
42,426	60	73,485	65,761	93	113,901
43,134	61	74,709	66,468	94	115,126
43,841	62	75,934	67,175	95	116,351
44,548	63	77,159	67,882	96	117,576
45,255	64	78,384	68,589	97	118,800
45,962	65	79,608	69,297	98	120,025
46,669	66	80,833	70,004	99	121.250
47,376	67	82,058	70,711	100	122,474

Ausser den isometrischen Linien kommen in isometrischen Zeichnungen nur noch zwei andere Klassen gerader Linien vor. Man kann sie die ersten und zweiten Hypothenusen nennen.

F. 170. Eine erste Hypothenuse, als AC, Fig. 170, liegt in derselben Ebene mit isometrischen Linien von zweierlei Richtung, wie AD und DC, welche einen rechten Winkel mit einander einschliessen.

Eine zweite Hypothenuse, wie AB kann nur in derselben Ebene mit isometrischen Linien von einerlei Richtung liegen, als mit CB und ihren Parallelen.

Es werde gefordert, die Länge einer ersten Hypothenuse AC zu berechnen. — Man ziehe von den Endpunkten A und C zwei isometrische Linien, welche sich in D schneiden, und bestimme die Länge von AD und DC nach einer isometrischen Scala, so ist

$$AD^2 + DC^2 = AC^2$$

$$\sqrt{AC^2} = AC$$

nach derselben Scala, mittelst welcher AD und DC gemessen wurden.

Es werde gefordert, das Längenmaass einer ersten Hypothenuse AC Fig. 170 durch eine isometrische Scala zu bestimmen. — Man ziehe
F. 171. in Fig. 171 AD und DC rechtwinkelig aufeinander, und mache diese Linien gleich den entsprechenden Linien AD und DC in Fig. 170, so wird AC in Fig. 171 die Länge nach der isometrischen Scala seyn.

Es werde verlangt, die Länge einer zweiten Hypothenuse AB in Fig, 170 zu berechnen. Man ziehe die isometrischen Linien BC, AD und CD, und messe sie nach einer isometrischen Scala, so ist

$$AD^2 + DC^2 = AC^2$$

$$AC^2 + CB^2 = AB^2$$

$$\sqrt{AB^2} = AB$$

nach der isometrischen Scala.

Es werde verlangt, das Längenmaass einer zweiten Hypothenuse, AB in Fig. 170, nach einer isometrischen Scala zu bestimmen. Man ziehe AD
F. 172. und DC in Fig. 172 im rechten Winkel aufeinander, und mache sie gleich AD und DC in Fig. 171; dann ziehe man rechtwinkelig auf AC Fig. 172 die Linie CB, und mache sie gleich CB in Fig. 170, so wird man AB Fig. 172 nach derselben isometrischen Scala messen können, wie die Linien AD, DC, AC und BC in derselben Figur.

F 173. Es sey AB, Fig. 173, der Durchschnitt einer Ebene, auf welcher irgend eine Projection gezeichnet wurde, und sie habe ein bestimmtes Maass, z. B. 10 Fuss. Wenn eine Linie, BC, senkrecht auf AB gezogen wird, so kann sie auf der Projectionsebene nur durch einen Punkt dargestellt werden.

Wird der Quadrant A C in Grade getheilt, so werden die punktirten Linien, welche zu B C parallel gezogen werden, die Gerade A B in eine Sinus-Scala theilen. Diese Scala repräsentirt die Längen der Linien, welche gleich A B sind, zu je zehn Graden der Neigung von A nach C. Ist D B die Länge einer Linie, welche zur Projectionsebene parallel ist, so zeigen die verschiedenen Eintheilungen an derselben das Maass der Projection von jeder Linie von derselben Länge, welche damit einen Winkel, von was immer für einer darauf bezeichneten Anzahl von Graden, einschliesst. Wenn das Längenmaass der Projection von B genommen wird, oder wenn A D die Länge einer mit der Projectionsebene parallelen Linie ist, so sind die verschiedenen Senkrechten, welche mit A D parallel sind, die Längen der Projectionen, unter den verschiedenen Winkeln, wobei a b die Länge der isometrischen Linie ist. In den zwei früheren Scalen a B und b B stehen die Längen der isometrischen Projectionen der Linien D B und A B mit einander im Verhältnisse.

Fig. 174. Es kann vielleicht dem Anfänger nicht genug eingeprägt werden, dass Theile von Objecten mit Vortheil in der isometrischen Perspective dargestellt werden können. Es wäre unmöglich, alle die Anwendungen davon aufzuzählen; aber es wird eine sehr wichtige Benützung dieser Methode seyn, die Grundrisse von Gebäuden, mit den Mauern und Abtheilungen, einen oder zwei Fuss oder gelegentlich noch mehr über den Estrich darzustellen. Wenn man Treppen oder Unebenheiten des Bodens auf oder absteigt, so kann diess auf solche Weise eben so lehrreich werden, als ein Modell. Diess wird durch die Zeichnung auf Tafel 31 nachgewiesen. Viele Zeichnungen, welche der Regierung vorgelegt worden, würden auf diese Art viel leichter verständlich seyn. F. 174.

Fig. 175. Für diejenigen, welche die isometrische Perspective studieren, und den ersten in dem Mechanic's Magazine mitgetheilten Versuch, welcher des Künstlers Grab zu Birmingham vorstellt, nicht gemacht haben, wurde eine richtige Projection, und zwar eine Kopie jener Figur in Tafel 32 beigefügt, in welchen zugleich die früheren Unrichtigkeiten verbessert sind. Obwohl diese Zeichnung nicht nach den wirklichen Dimensionen des Künstler-Grabmahls entworfen ist, so ist sie doch, wie sie nur von Mr. Adlard ausgeführt worden, ein genaues Beispiel dieser Projection, und von der Art, nach welcher solche Objecte der isometrischen Perspective zu projectiren sind. F. 175.

Fig. 176, auf dem Titelblatte, wurde Pag. 5 & 6 erklärt. F. 176.

Fig. 177, Tafel 33 ist die im Gevierten gezeichnete F. 177.

isometrische Projection eines Pachthauses sammt dem Nebengebäude, vom Verfasser bereits in „Waitstell's Desings for Agricultural Buildings" bekannt gemacht.

Wenn zum Schlusse der Grundriss oder Aufriss eines Objectes nach einem bestimmten Maasstabe, als: einen Zoll, einen halben Zoll, einen Viertelzoll auf einen Fuss oder auf zehn Fuss gezeichnet werden soll, so kann das Verhältniss der isometrischen Scala zu diesem nicht auf dieselbe Weise ausgedrückt werden. Die isometrische Scala ist beinahe neun Eilftel von dem Maasstabe irgend eines Objectes, das nach der geraden Ansicht dargestellt ist. Aber die isometrische Scala kann einen Zoll, einen halben oder einen Viertelzoll, oder ein anderes Verhältniss zu einem oder zu zehn Fuss, oder zu einem anderen Längenmaasse haben. In diesem Falle wird der Maasstab für irgend einen Grundriss oder Aufriss Eilf Neuntel der isometrischen Scala seyn.

Wenn die isometrische Darstellung eines Objectes nach demselben Maasstabe, wie dessen Grundriss verfertiget wird, so ist der einzige Unterschied der, dass die erstere nach einem grösseren Maasstabe gezeichnet scheint, als der Letztere. In der That ist es im Allgemeinen vorzuziehen, beide nach derselben Scala zu zeichnen, denn es ist von viel grösserem Vortheile, wenn die isometrischen Linien nach demselben Maasstabe, wie der Grundriss, die Aufrisse und Durchschnitte irgend eines Objectes verzeichnet sind, als wenn nur diejenigen Linien auf diese Art gezogen werden, welche mit einer Diagonale von jeder Würfelfläche, deren Kanten isometrisch sind, parallel laufen. Das Verhältniss 9 : 11, in welchem die isometrische Projection zu dem Maasstabe eines Grundrisses steht, wird für die meisten Zwecke hinlänglich genau erscheinen, wer jedoch eine grössere Genauigkeit verlangt, kann sich des Verhältnisses 89 : 109 bedienen, welches schon sehr genau ist. Diese Verhältnisse sind aus der obigen Tafel von Mr. Francillon entnommen.

Gedruckt bei den Edlen von Ghelen'schen Erben.

Fig. 2.

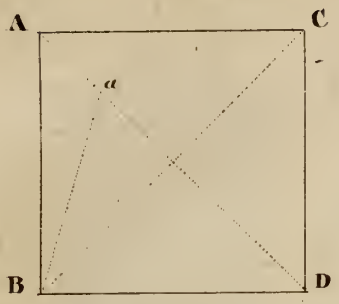
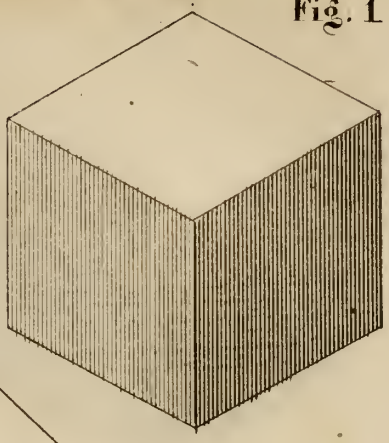


Fig. 1



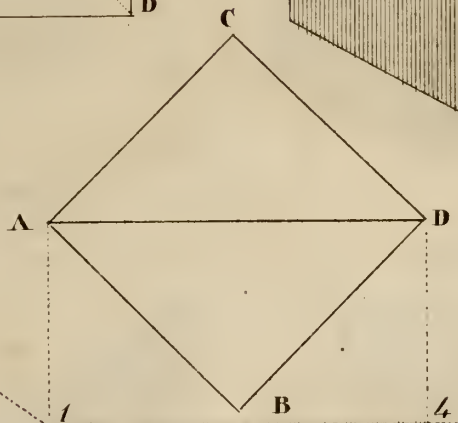


Fig. 4.

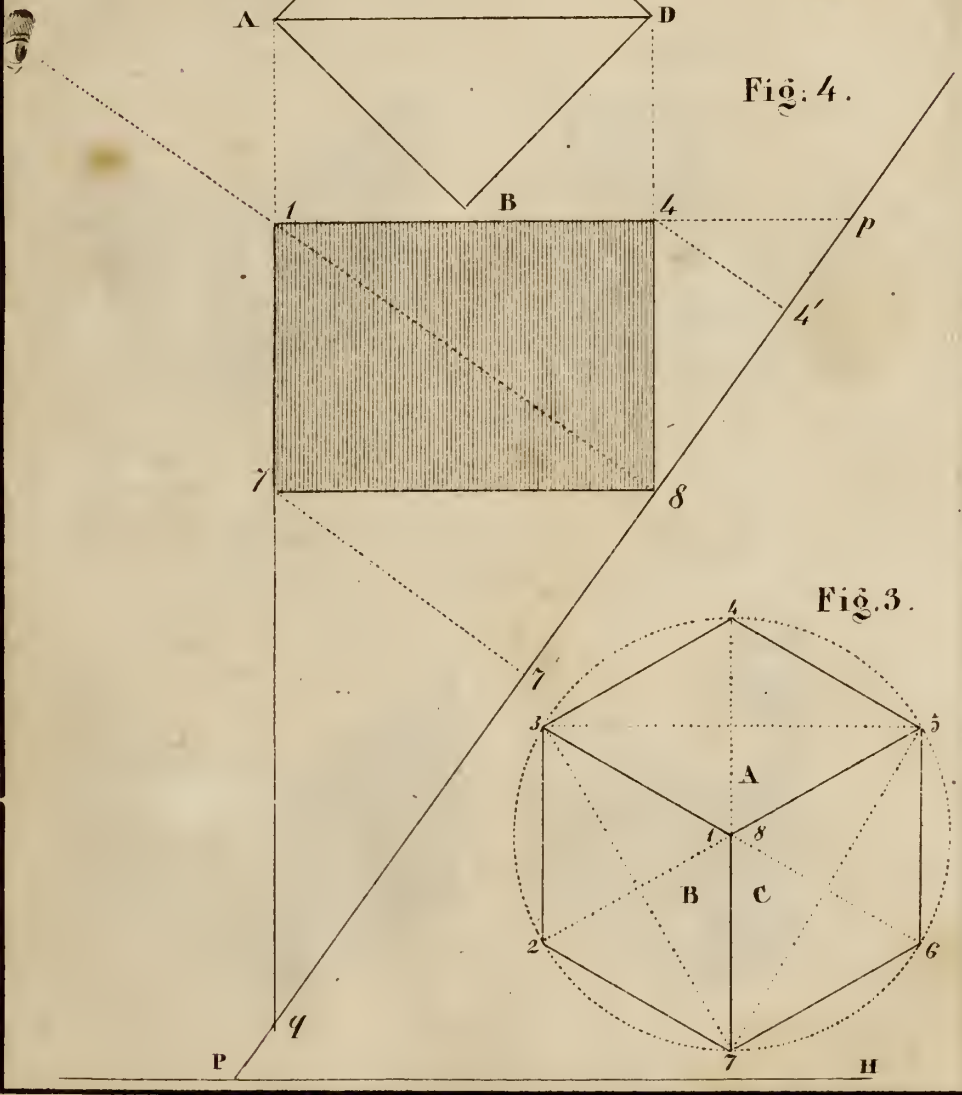


Fig. 3.

Fig. 5.

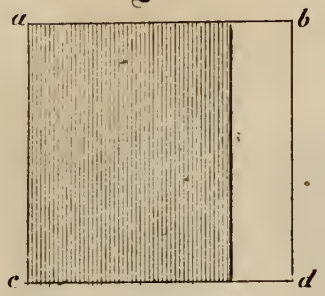


Fig. 6.

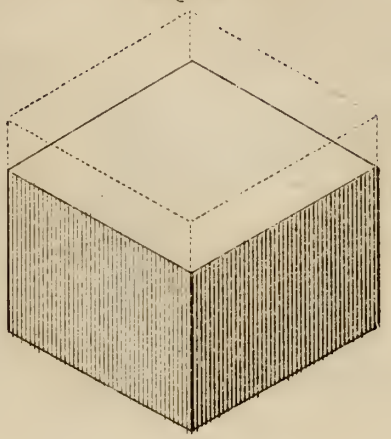


Fig. 7.

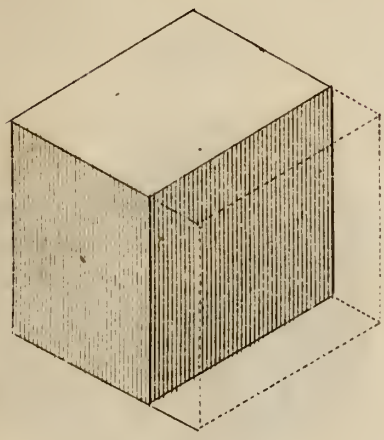


Fig. 8.

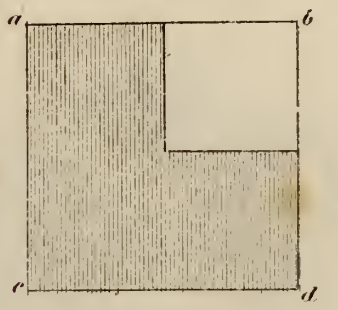


Fig. 9.

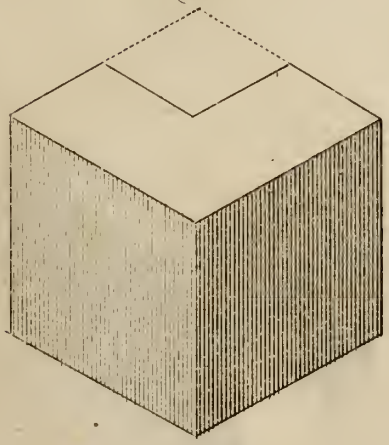


Fig. 10.

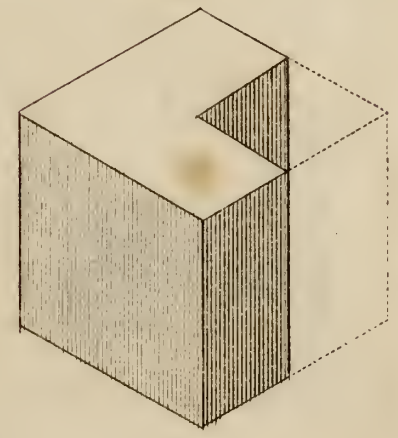


Fig. 11.

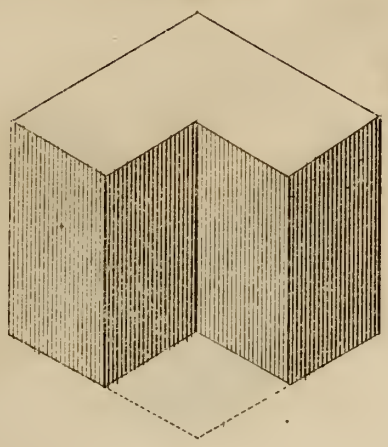


Fig. 12.

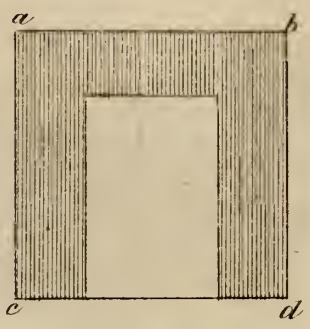


Fig. 13.

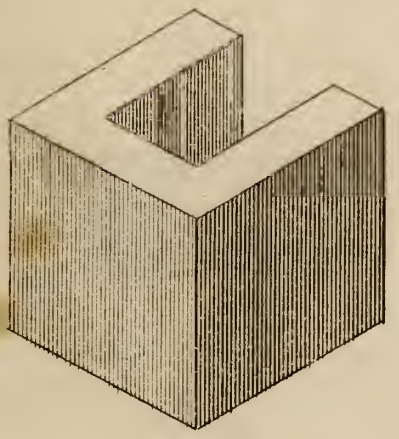


Fig. 14.

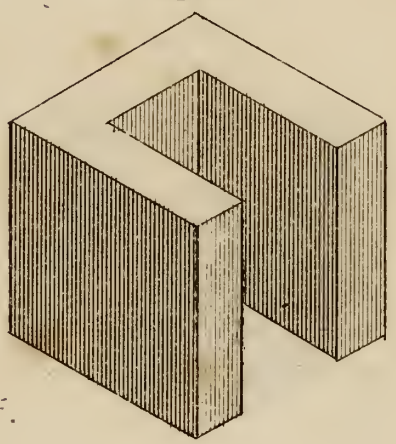


Fig. 15

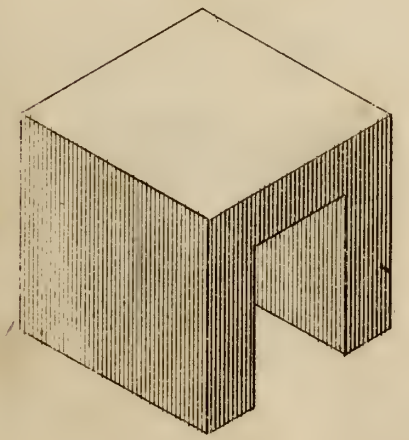


Fig. 16

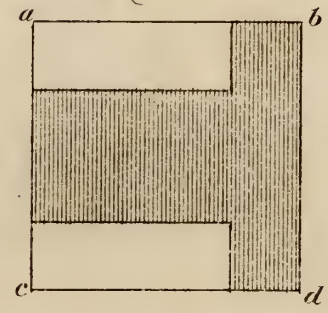


Fig. 17.

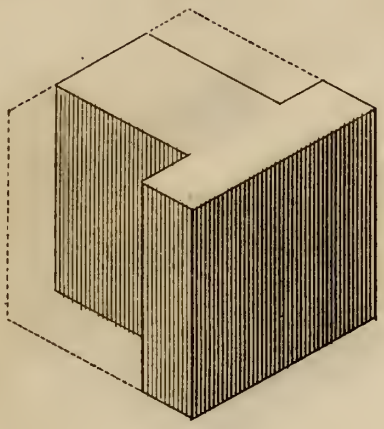


Fig. 18.

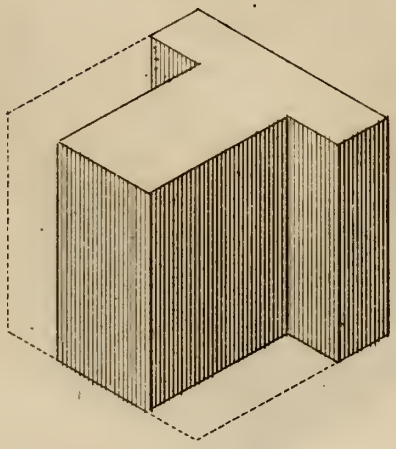


Fig. 19.

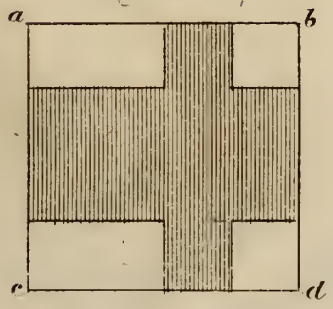


Fig. 20.

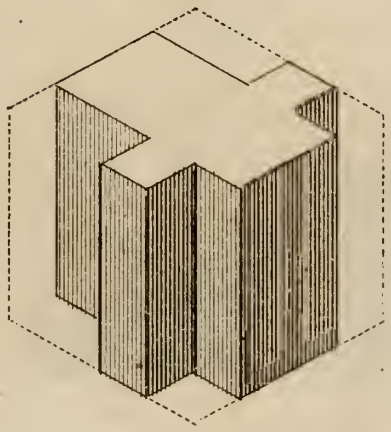


Fig. 21.

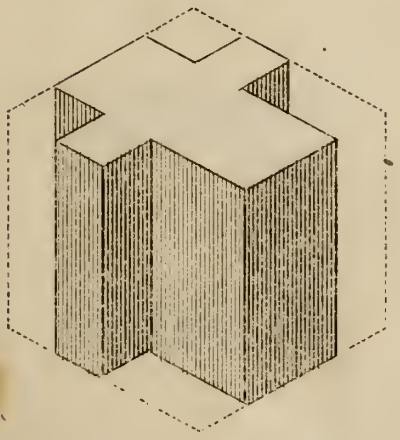


Fig. 22.

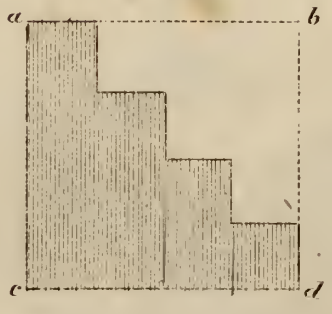


Fig. 23

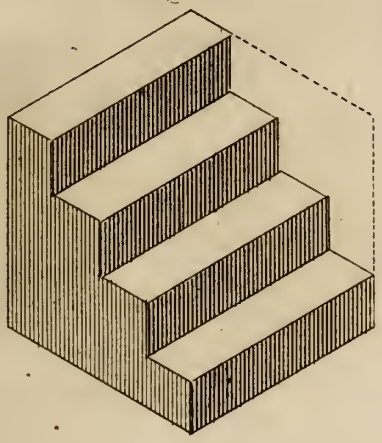


Fig. 24

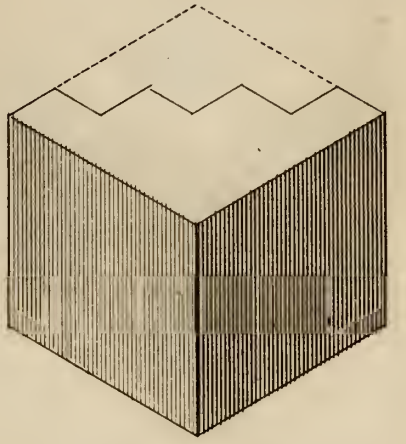


Fig. 25

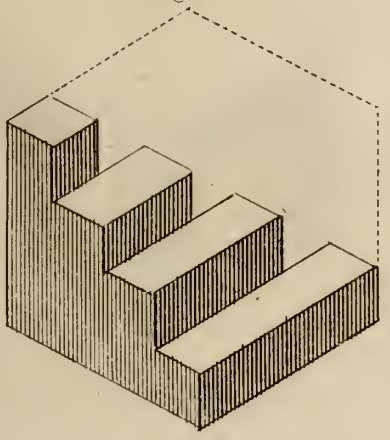


Fig. 26

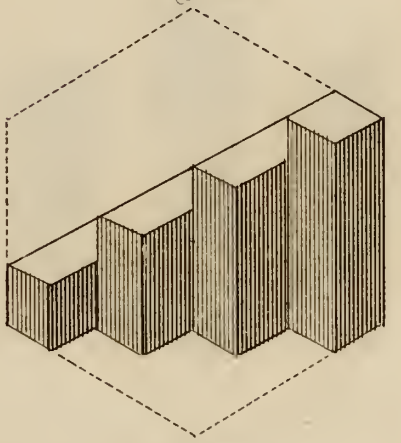


Fig. 27

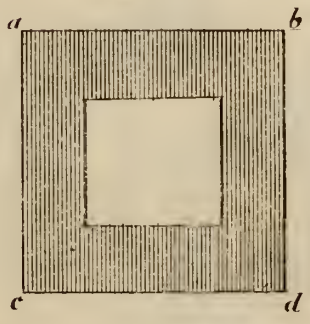


Fig. 28

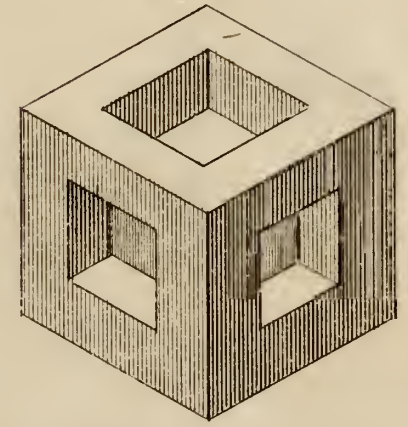


Fig. 29

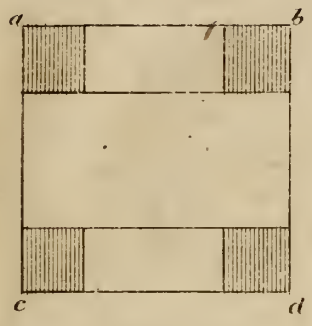


Fig. 30.

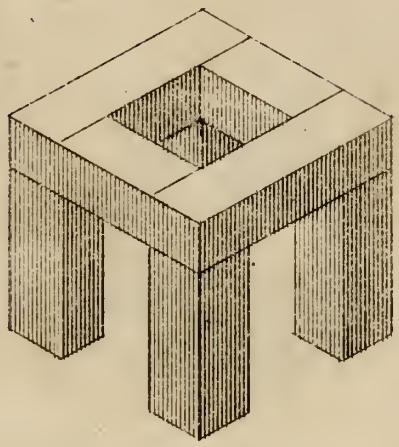


Fig. 31.

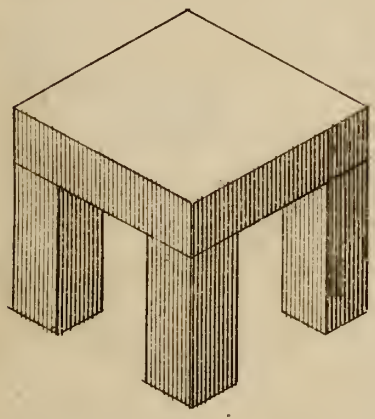


Fig. 32.

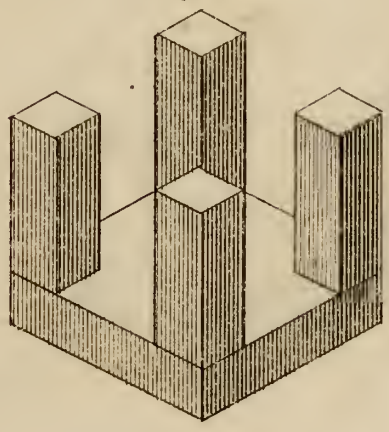


Fig. 33.

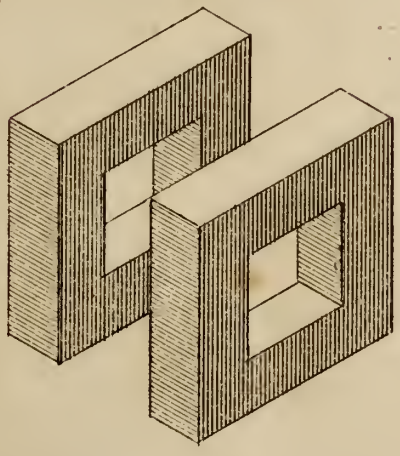
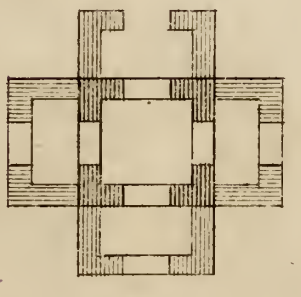


Fig. 34



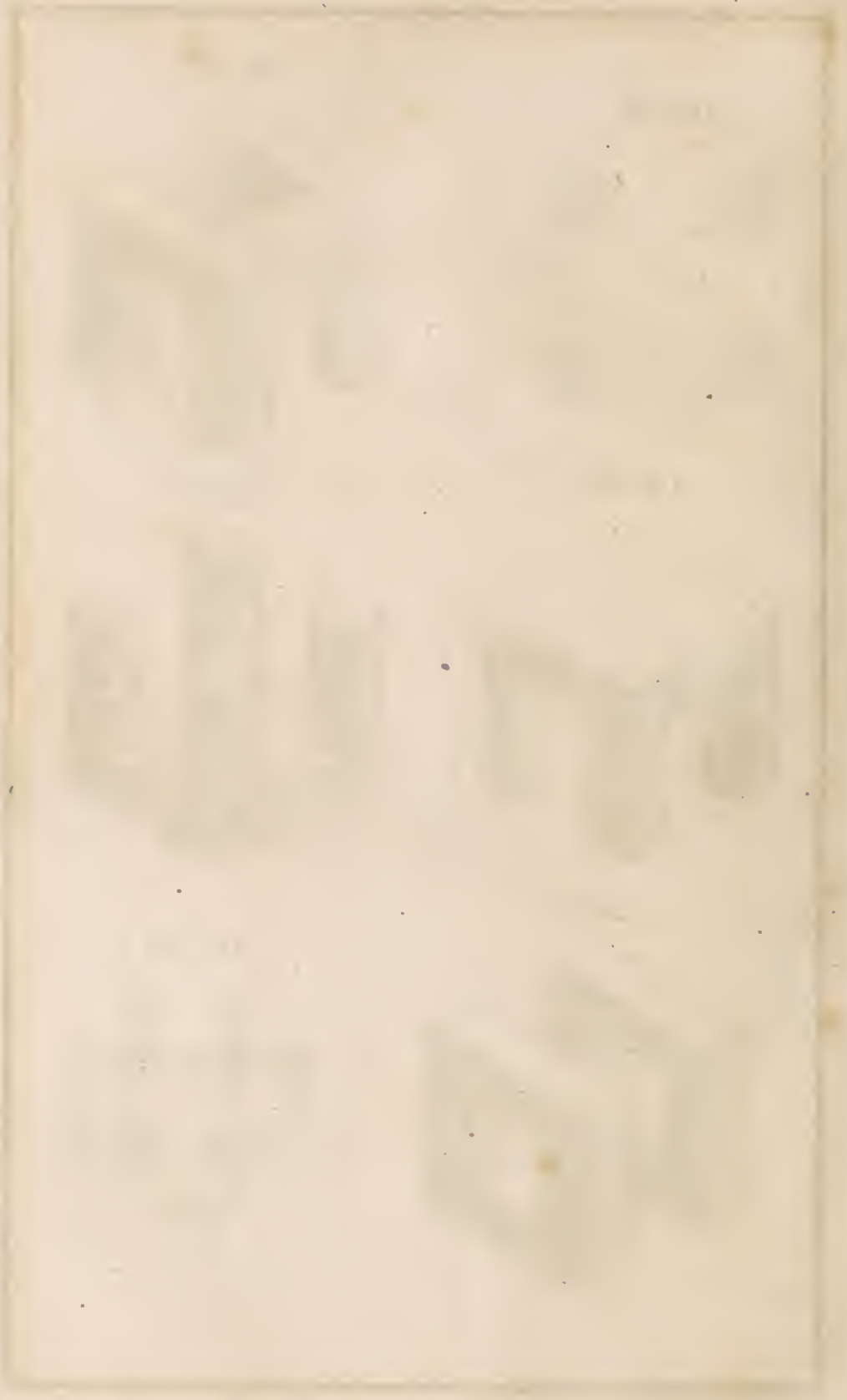


Fig. 35

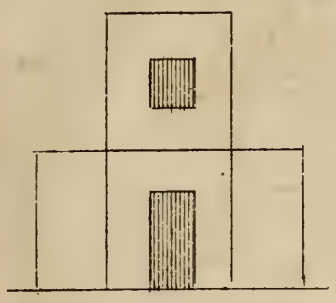


Fig. 36.

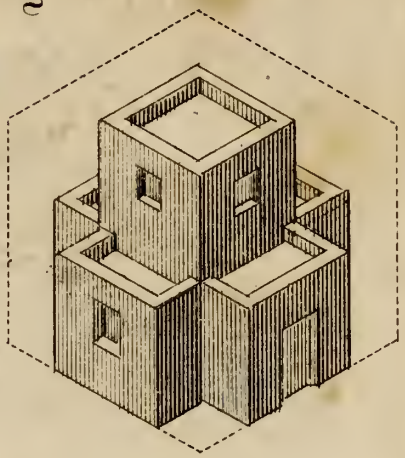


Fig. 37

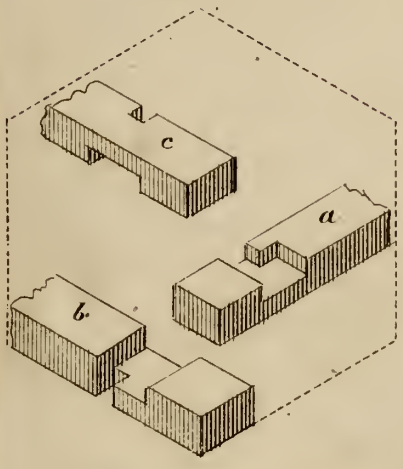


Fig. 38.

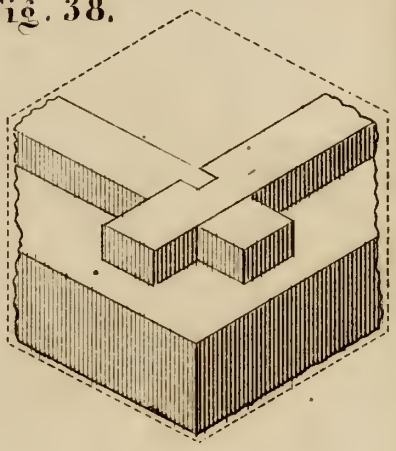
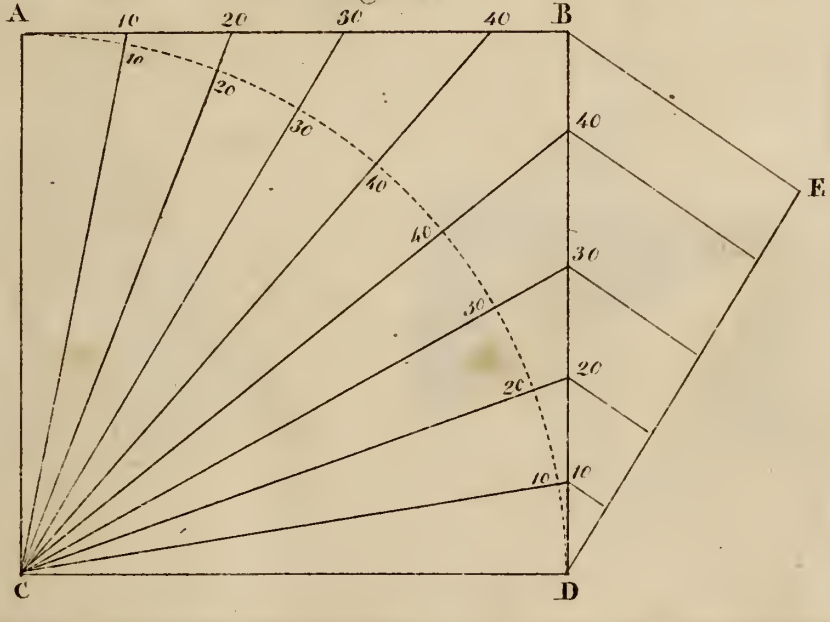


Fig. 39



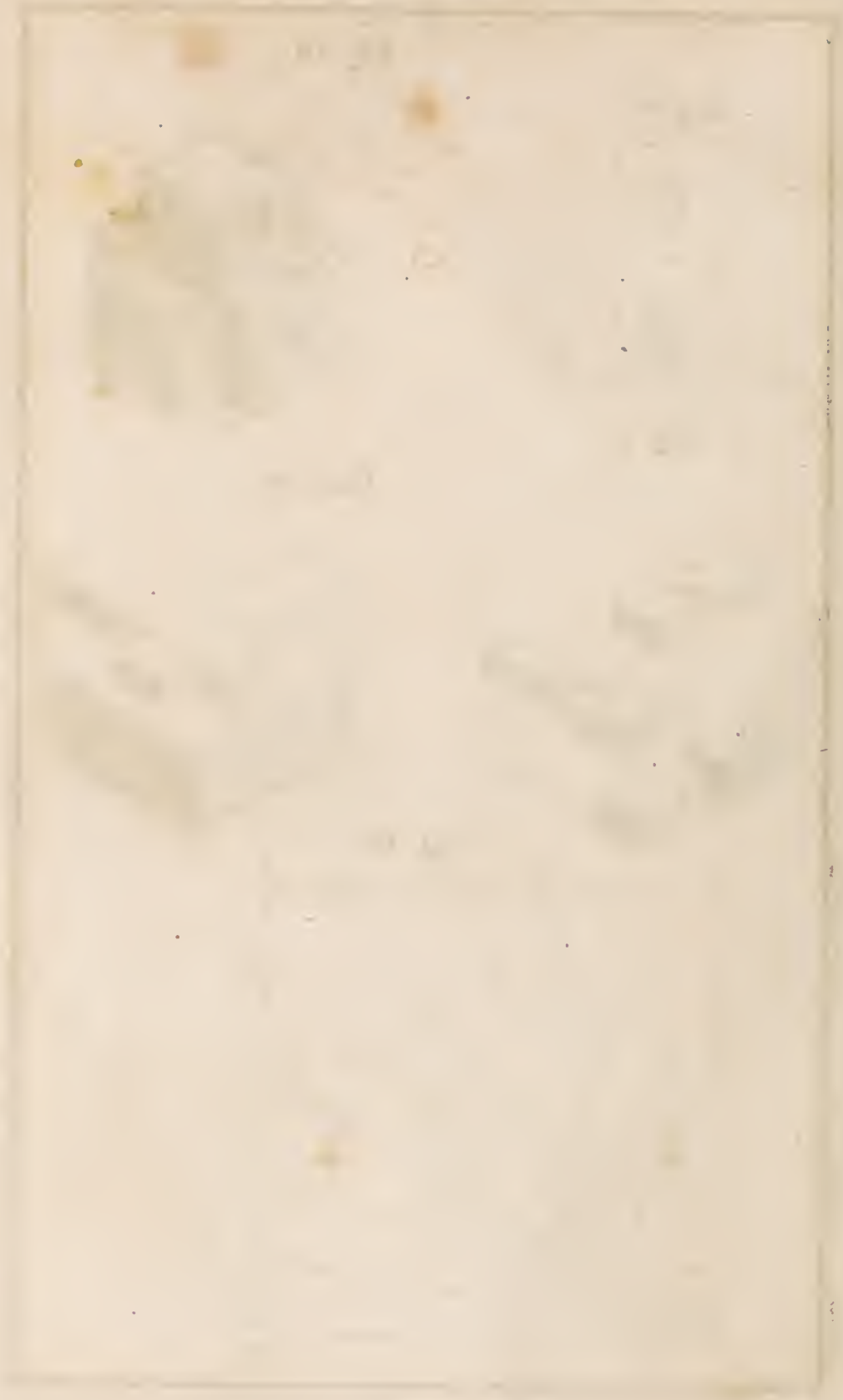


Fig. 40.

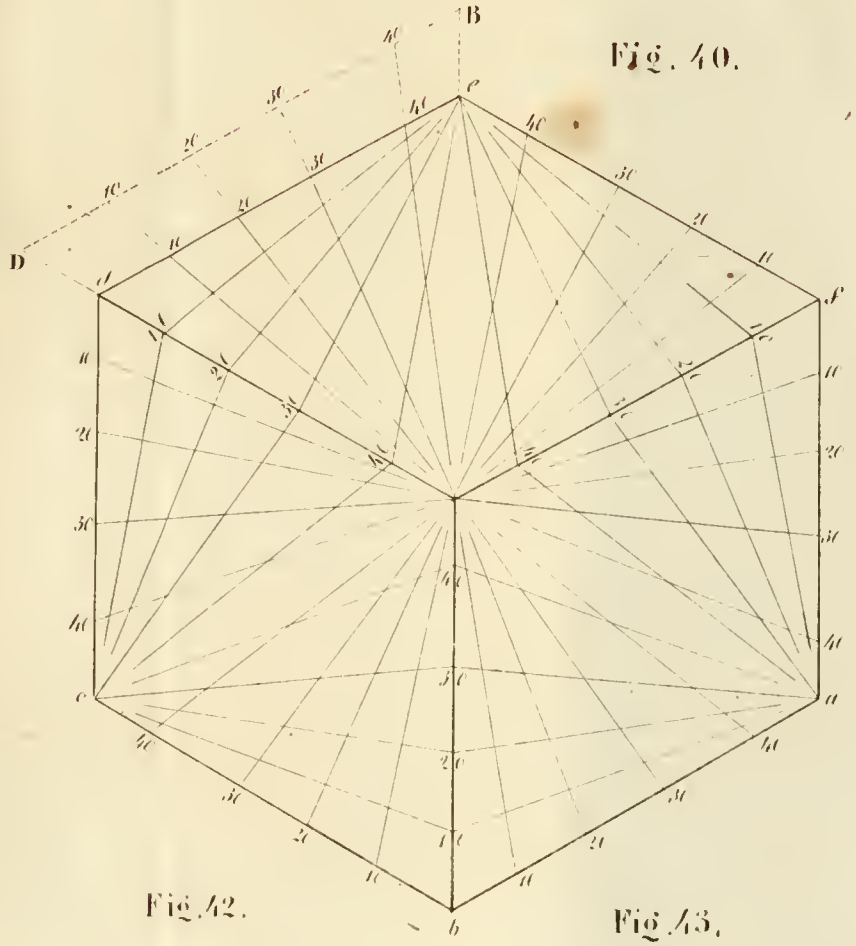


Fig. 41.

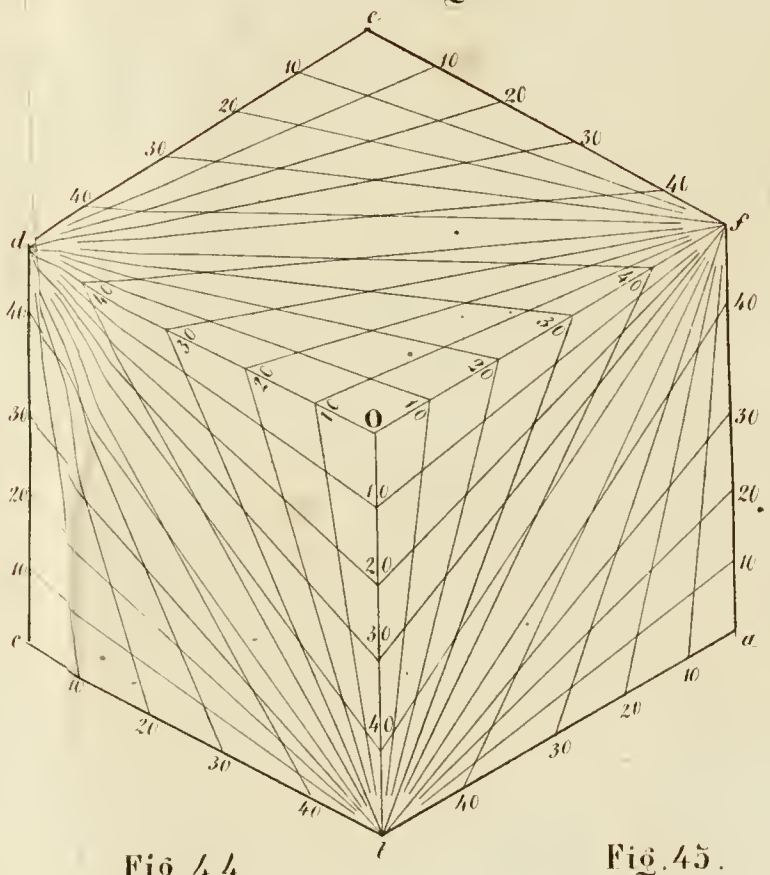


Fig. 42.

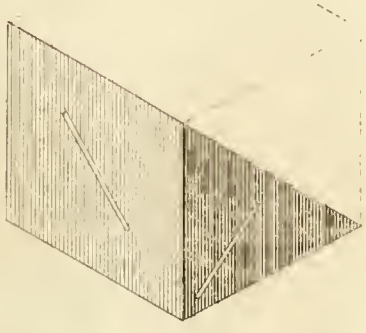


Fig. 43.

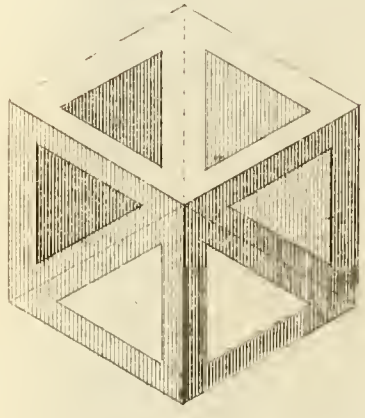


Fig. 44

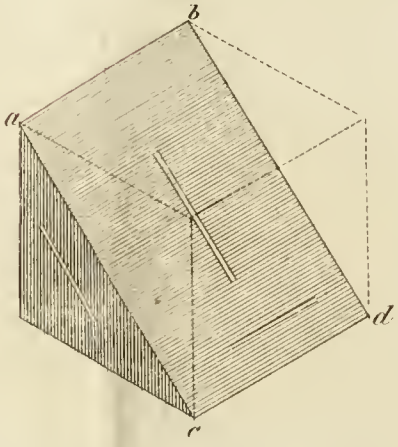


Fig. 45.

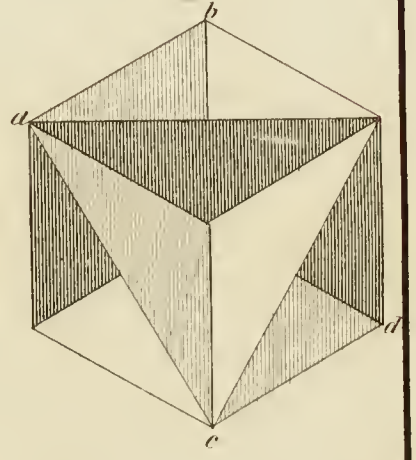


Fig. 46.

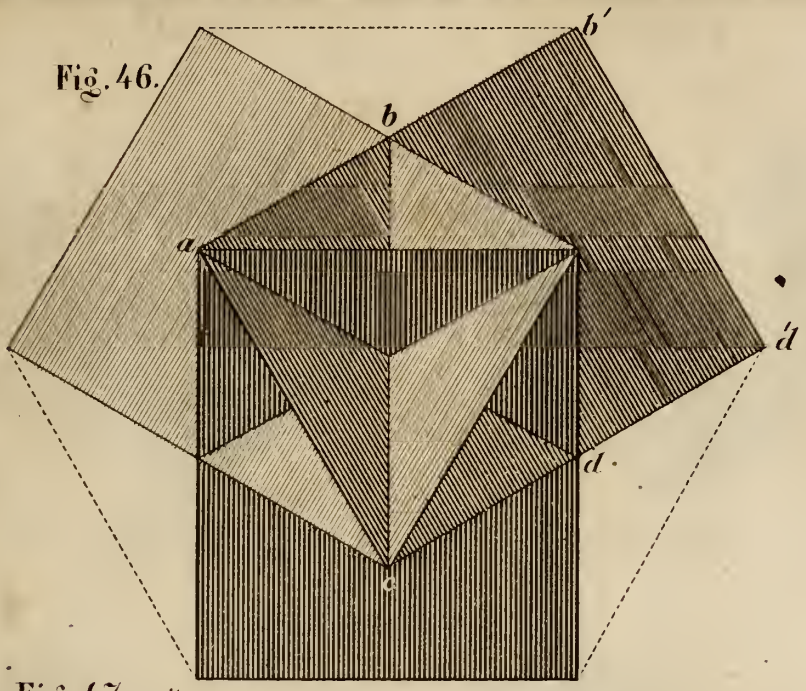


Fig. 47.

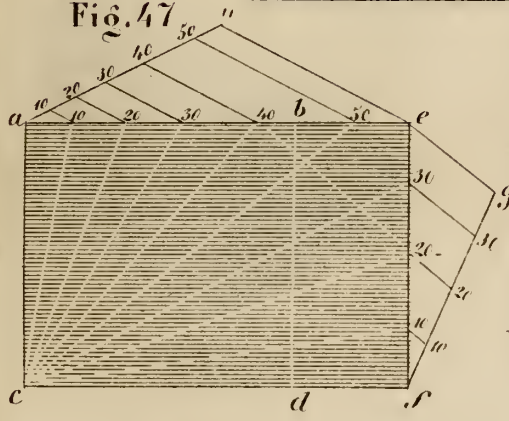


Fig. 48.

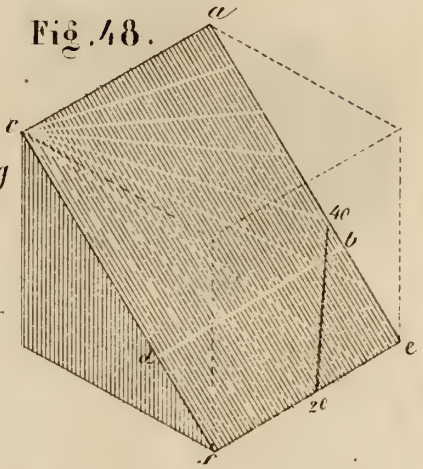


Fig. 49.

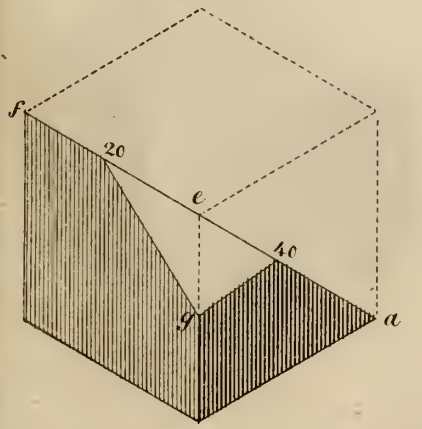


Fig. 50.

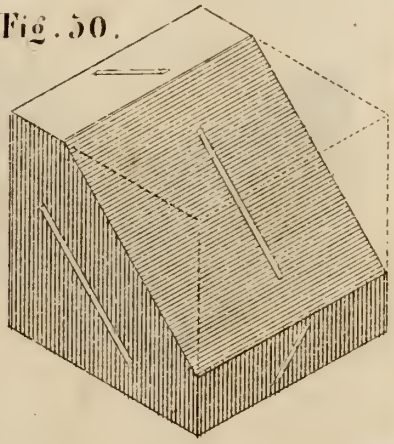


Fig 51

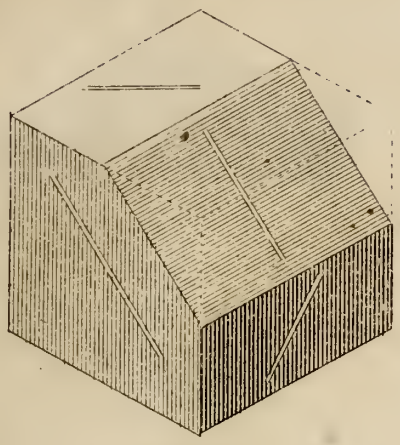


Fig. 52

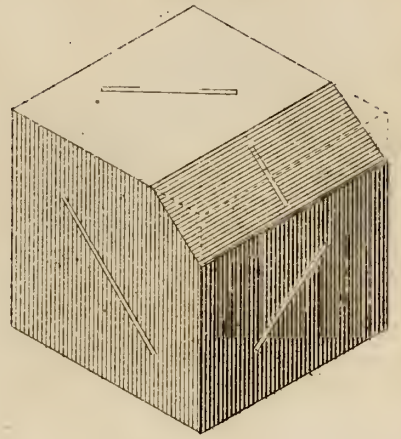


Fig. 53

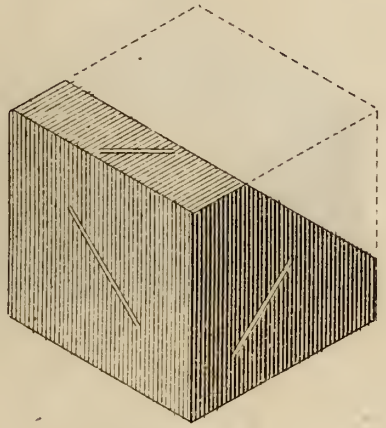


Fig 54.

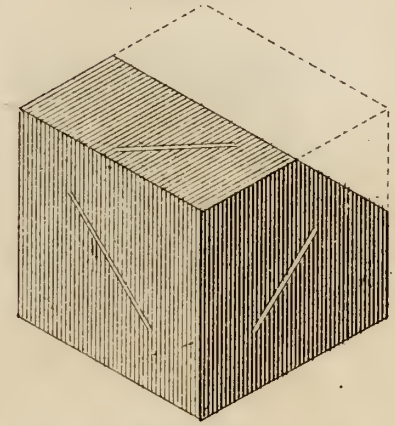


Fig. 55.

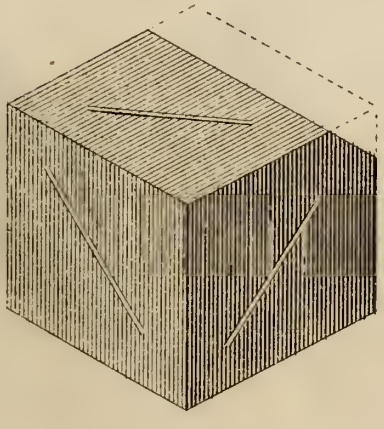


Fig 56.

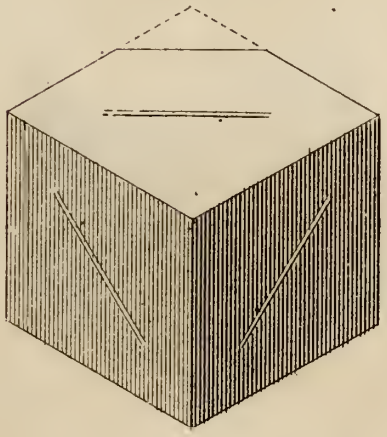


Fig. 57.

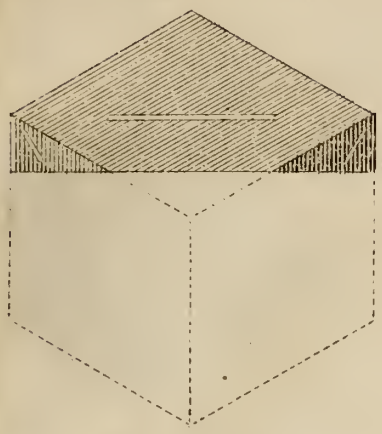


Fig. 58

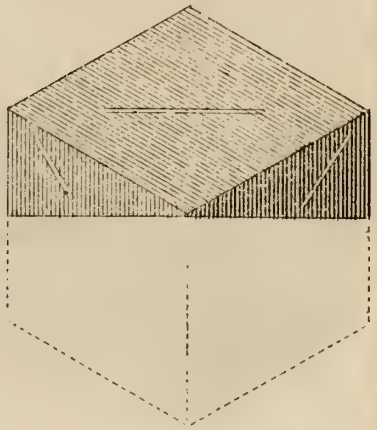


Fig. 59.

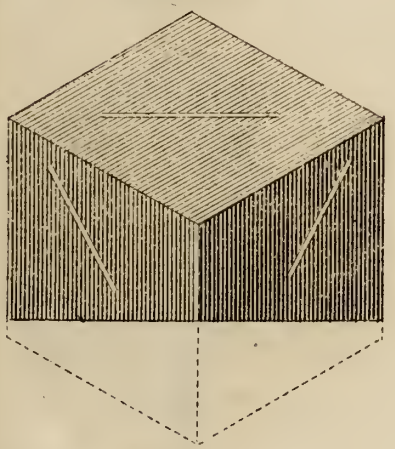


Fig. 60.

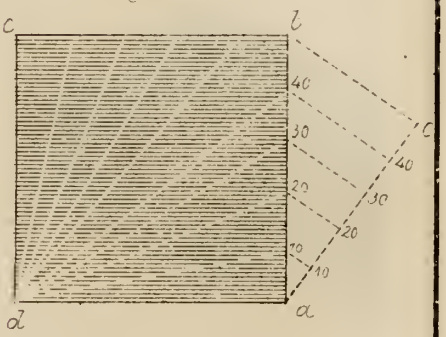


Fig. 61.

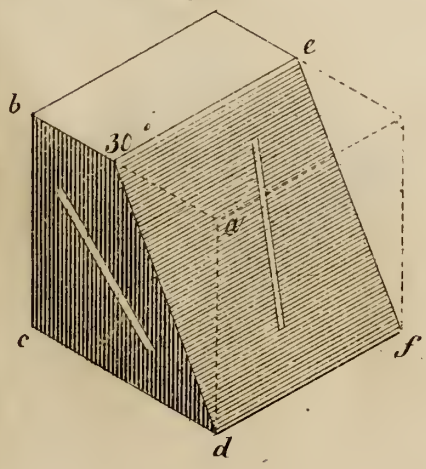
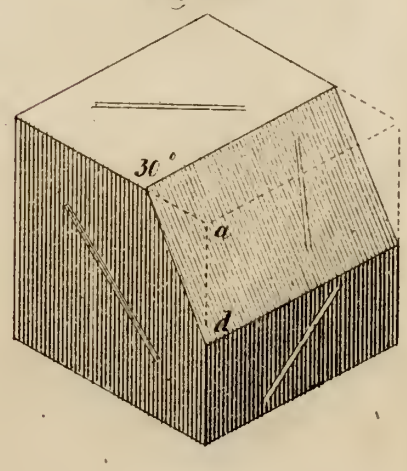


Fig. 62



Taf 12

Fig. 63

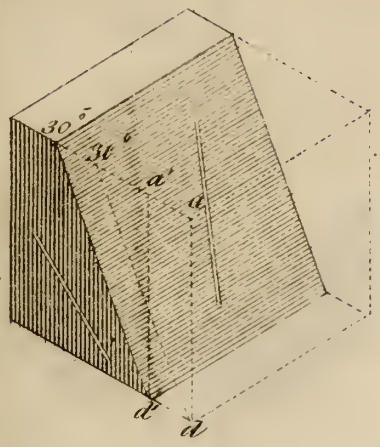


Fig. 64

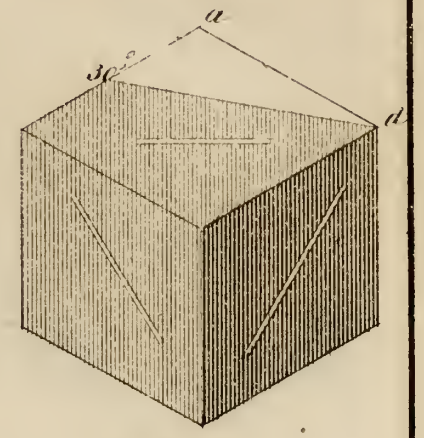
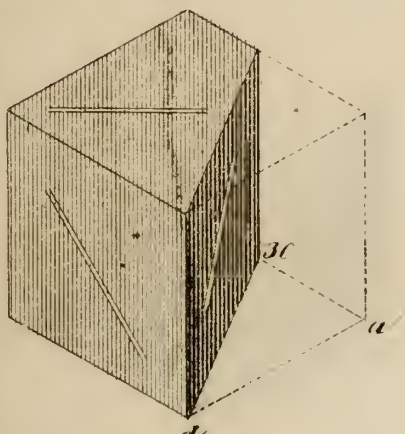


Fig. 65.

Fig. 66.



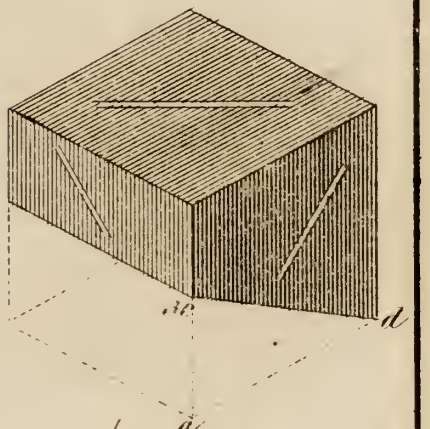
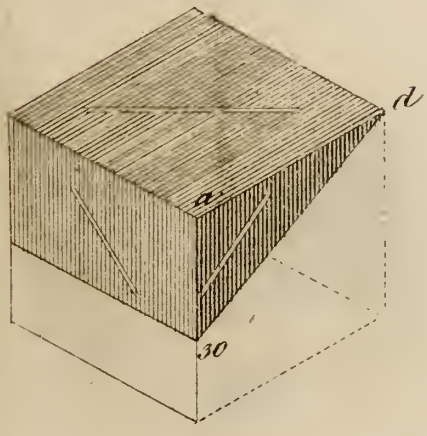


Fig 67

Fig 68



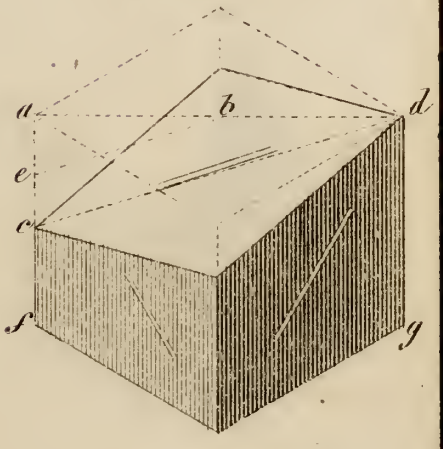


Fig. 69.

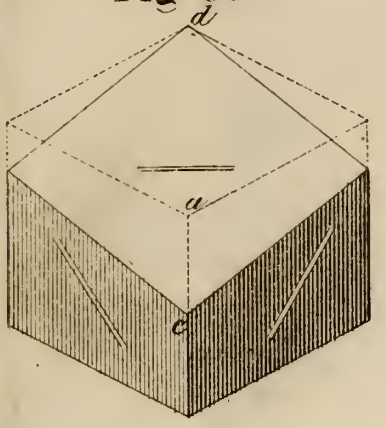


Fig. 70.

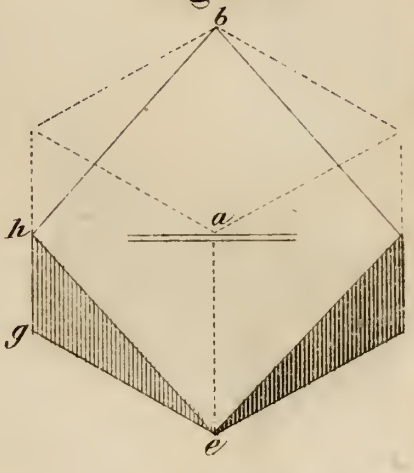


Fig. 71.

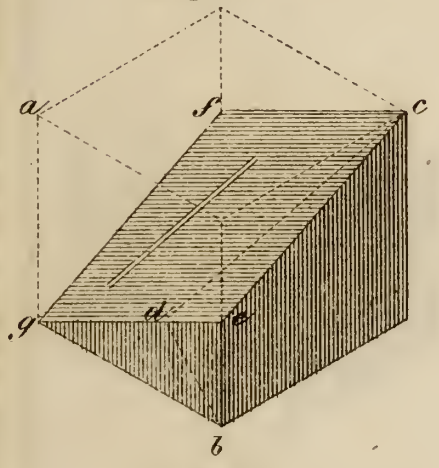


Fig. 72.

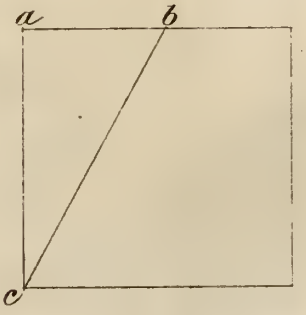


Fig 73

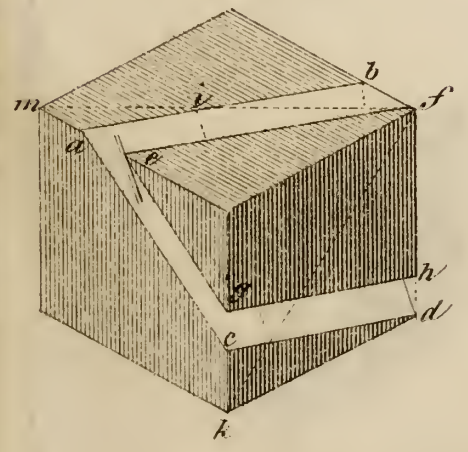


Fig. 74.

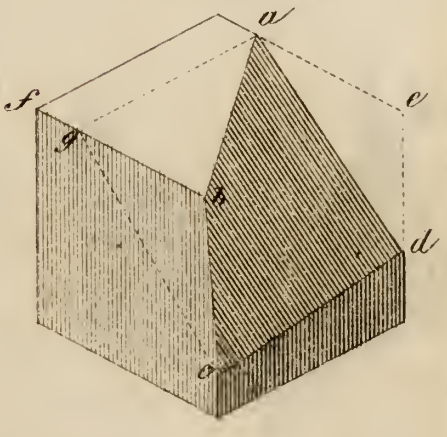


Fig: 75.

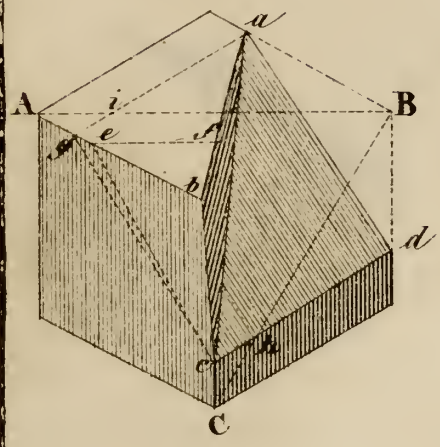


Fig: 76.

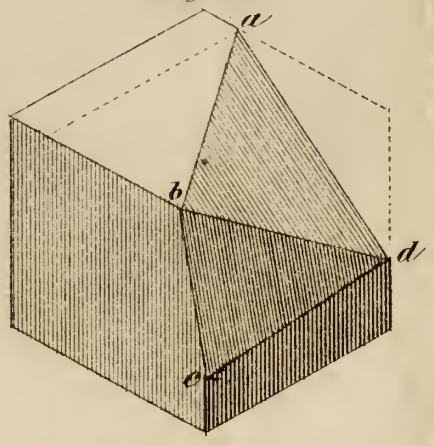


Fig 77

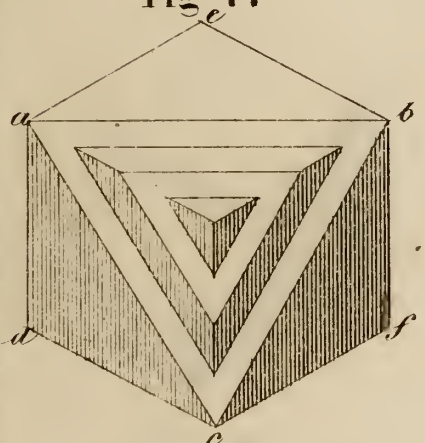


Fig 78

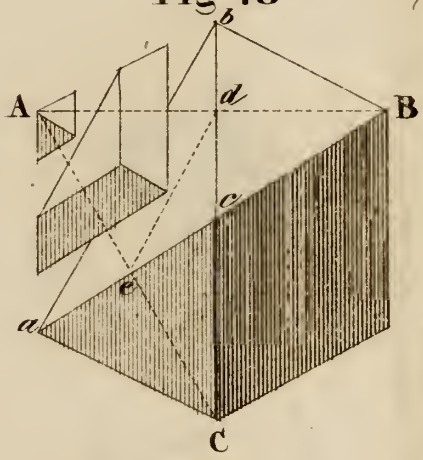


Fig 79

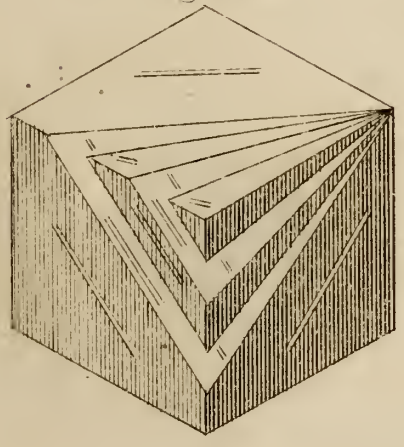


Fig. 80.

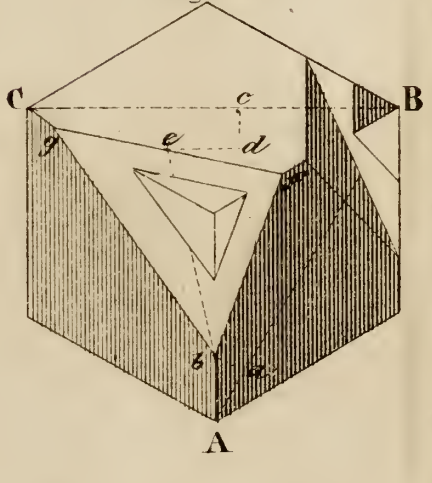


Fig 81.

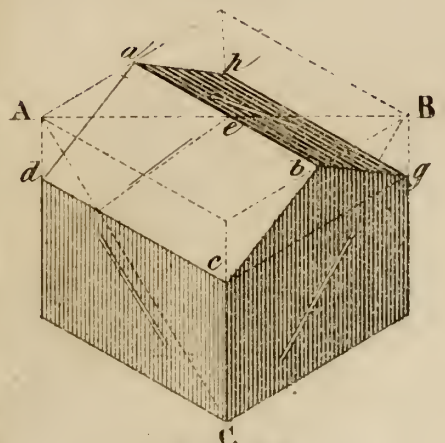


Fig 82.

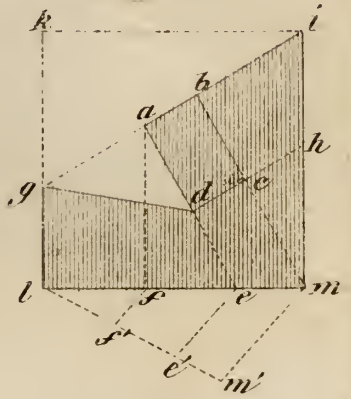


Fig 83

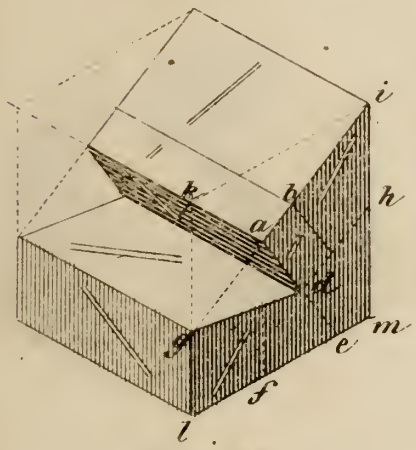


Fig 84

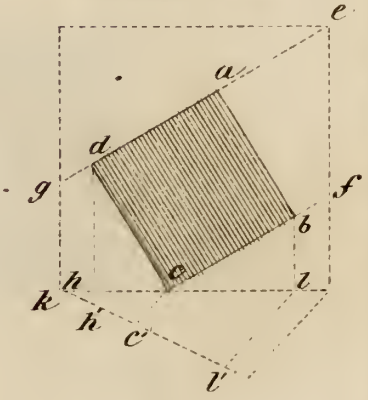


Fig 85.

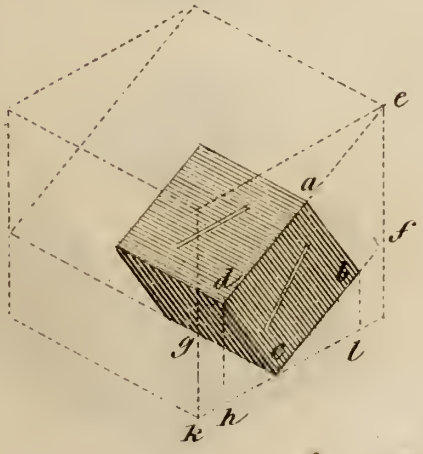


Fig 86

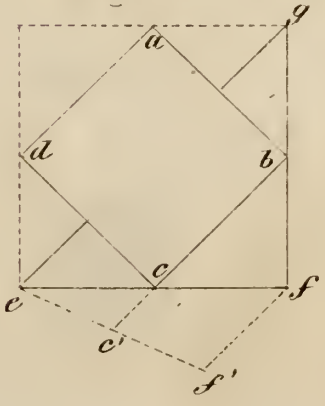


Fig. 87.

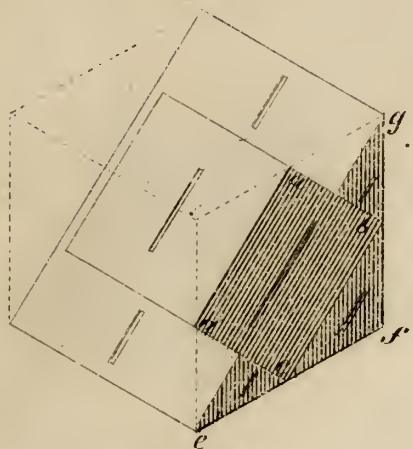


Fig. 88.

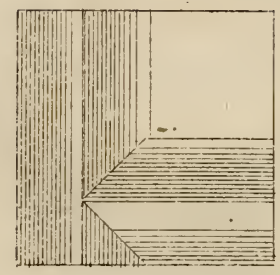


Fig. 89

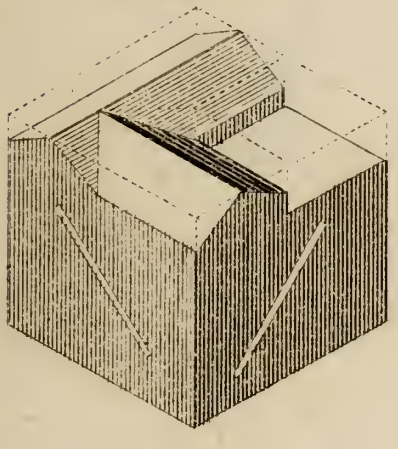


Fig. 90.

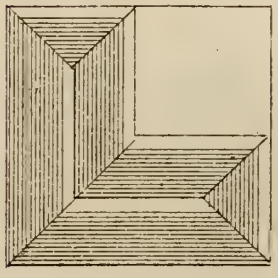


Fig. 91.

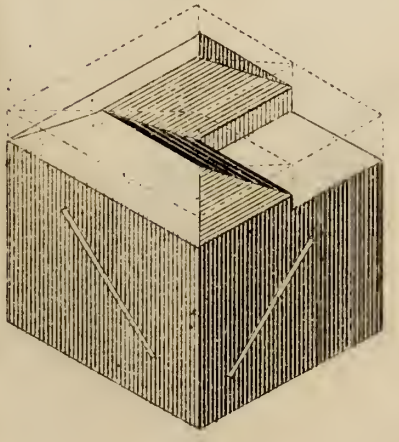


Fig. 92.

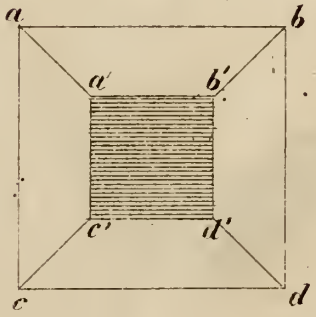


Fig. 93

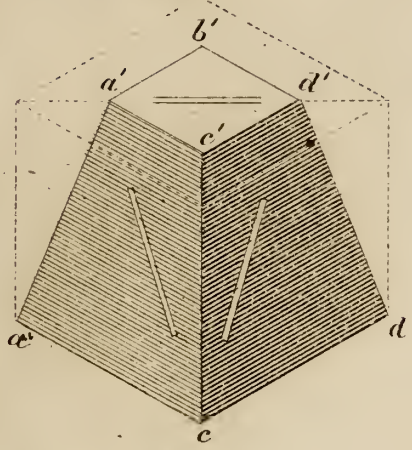


Fig. 94.

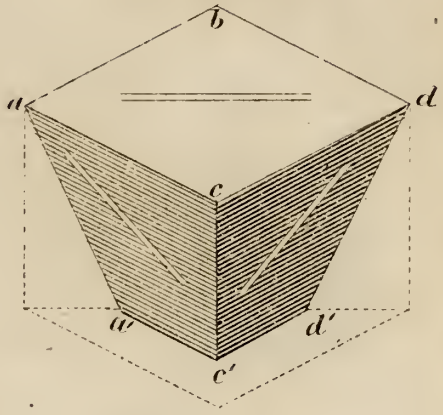


Fig. 95.

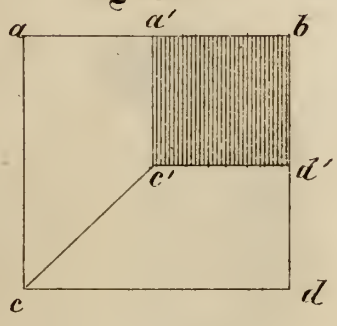


Fig. 96.

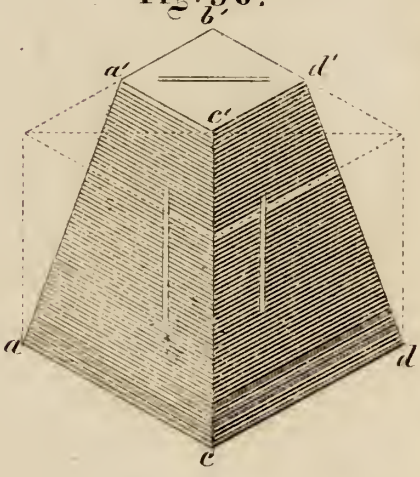


Fig. 97.

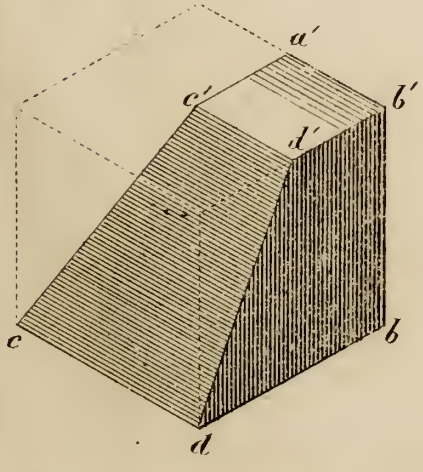


Fig. 98.

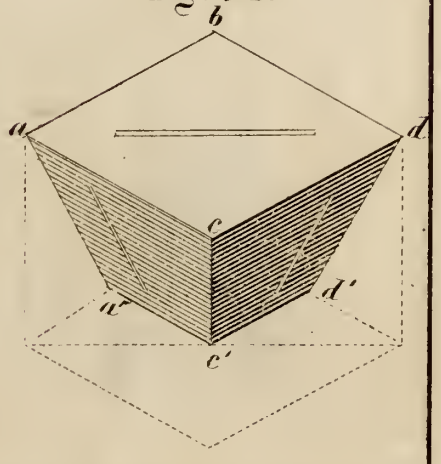


Fig. 99.

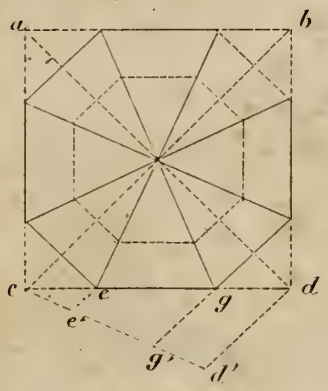


Fig. 100.

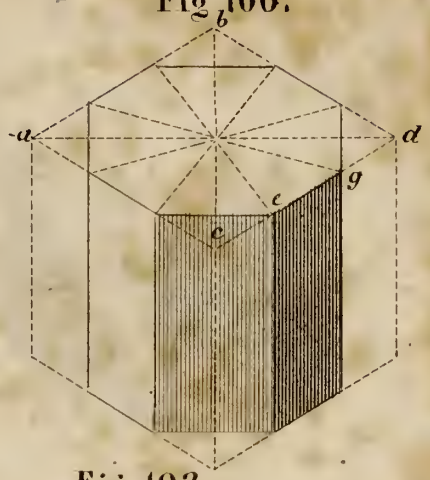


Fig. 101.

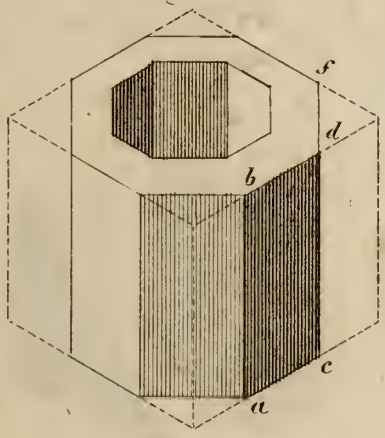


Fig. 102.

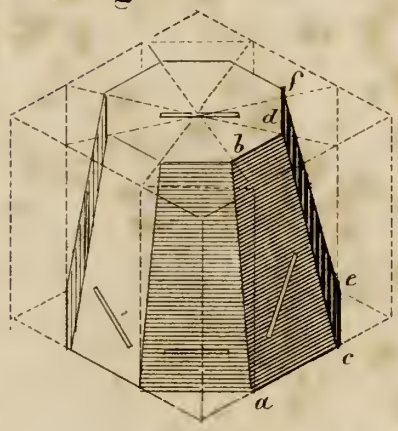


Fig. 103.

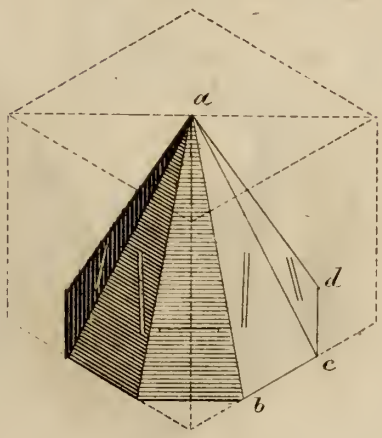


Fig. 104.

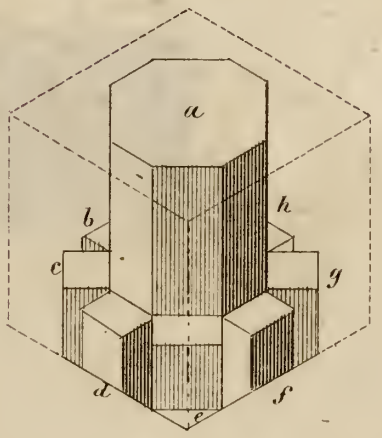


Fig. 105.

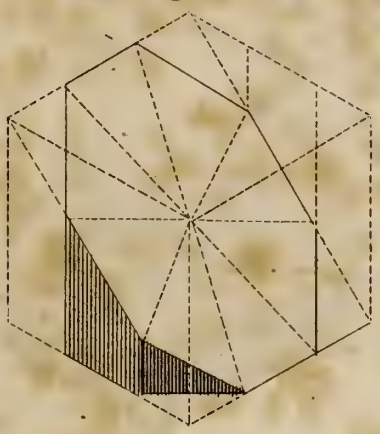


Fig. 106.

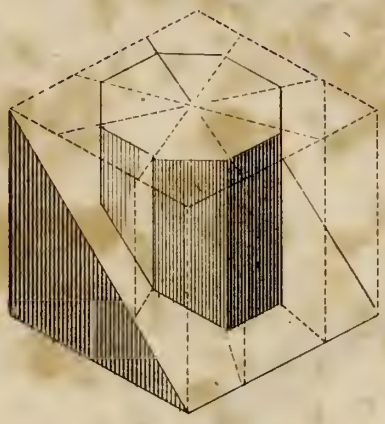


Fig. 107.

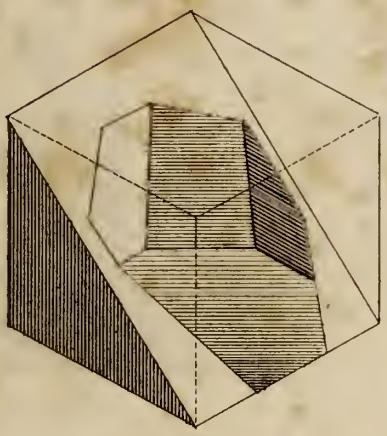


Fig. 108

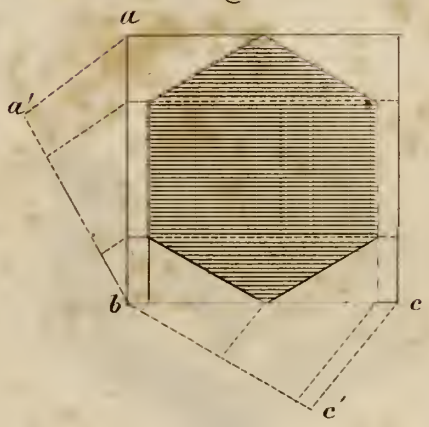


Fig. 109.

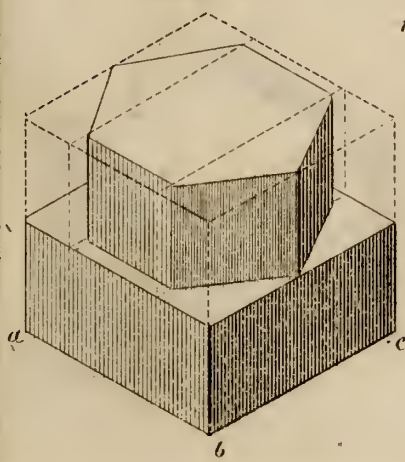


Fig. 110

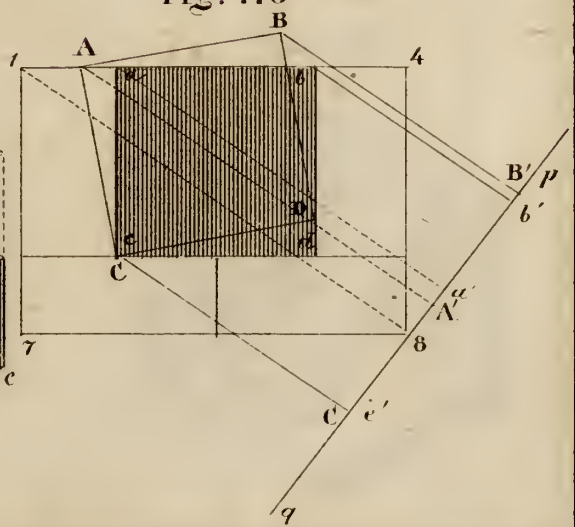


Fig. 111.

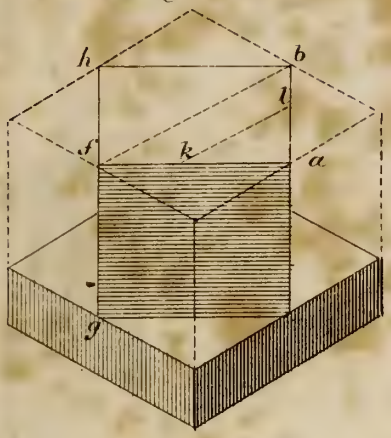


Fig. 112.

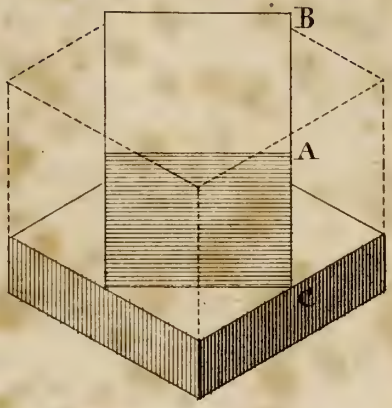


Fig. 113.

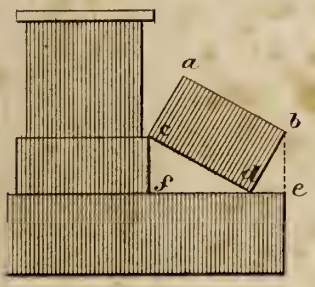


Fig. 114.

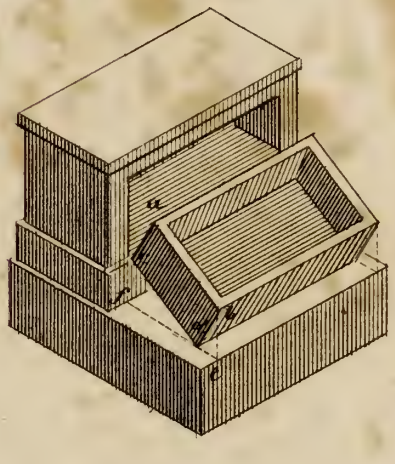


Fig. 115

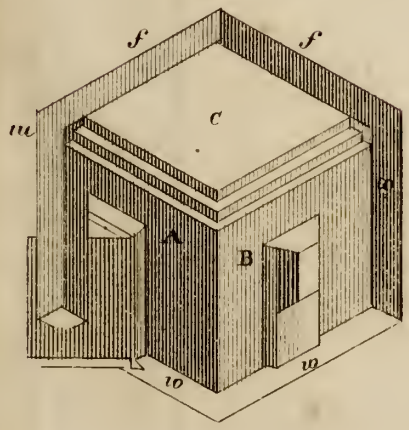


Fig. 116.

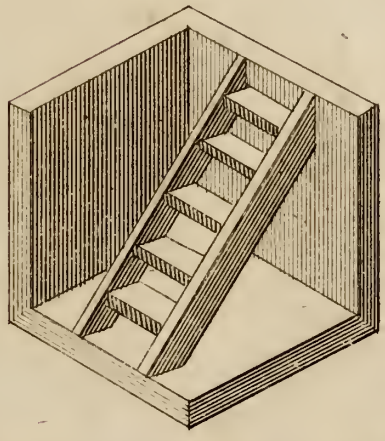


Fig. 117.

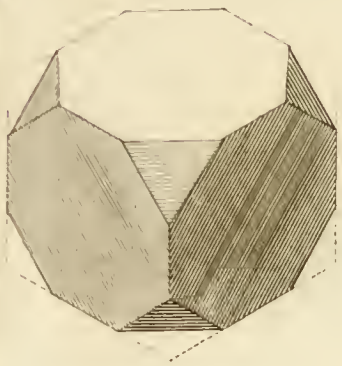


Fig. 118.

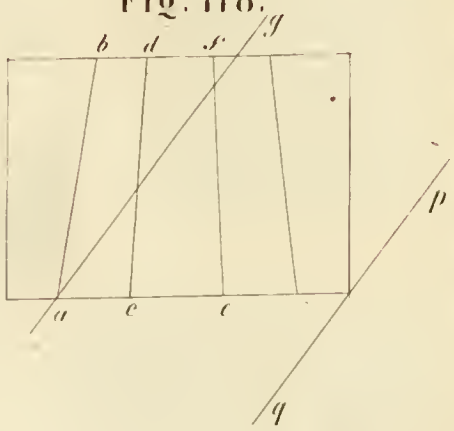


Fig. 119

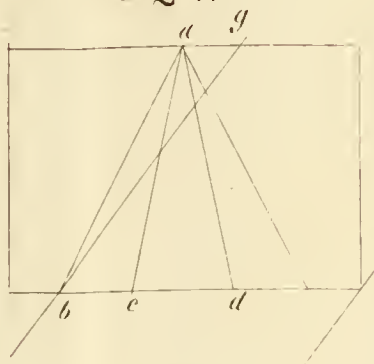


Fig. 122.

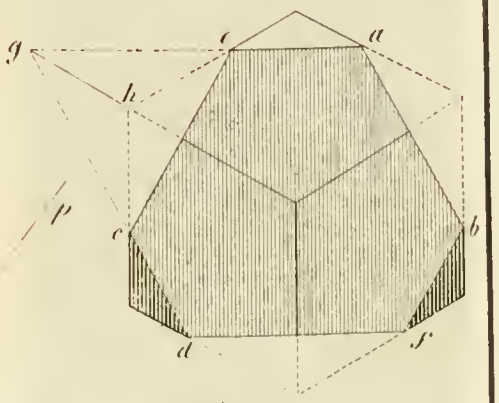


Fig. 120.

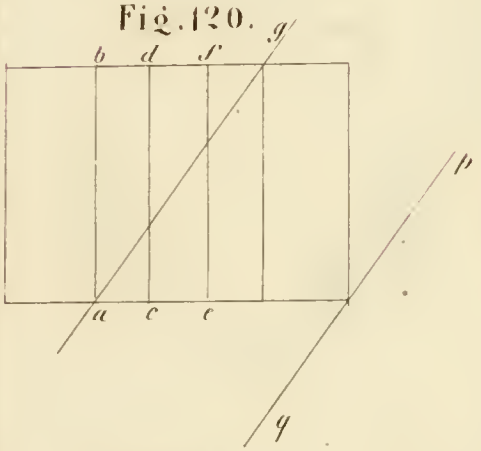


Fig. 123

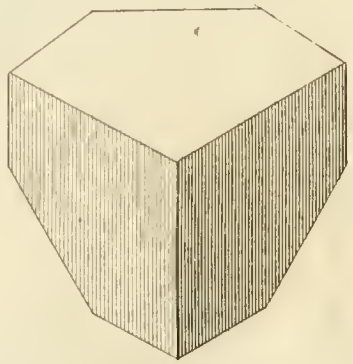


Fig. 124

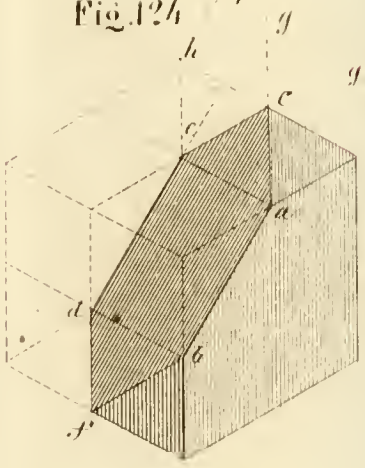


Fig. 125

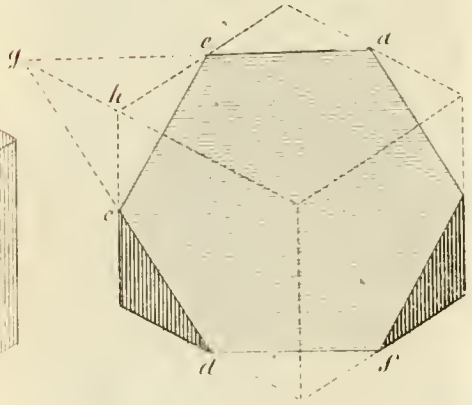


Fig. 121.

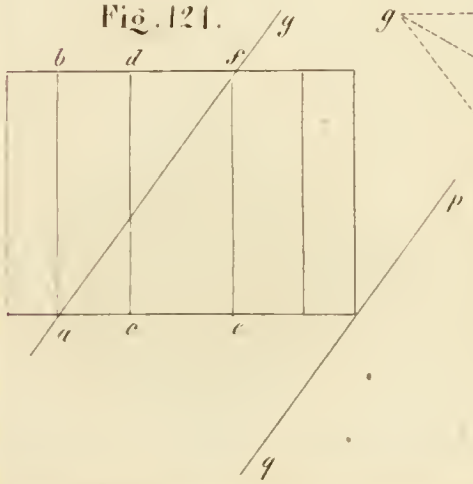


Fig. 126.

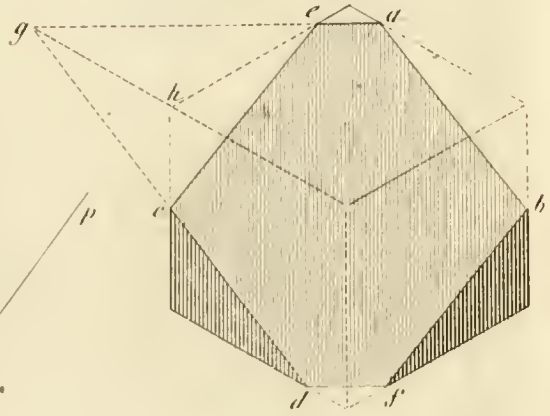


Fig. 127.

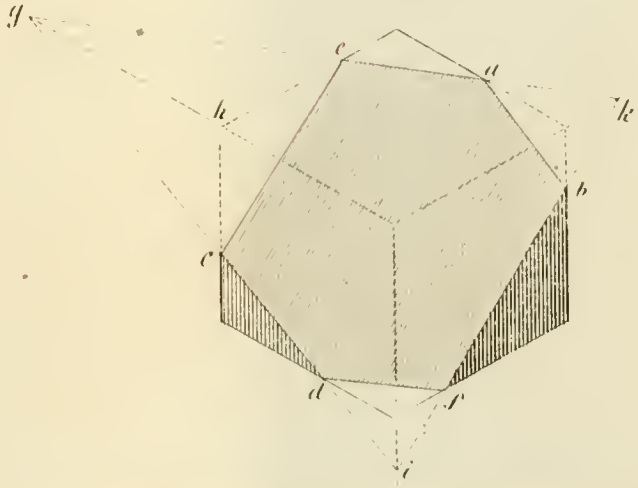


Fig 128

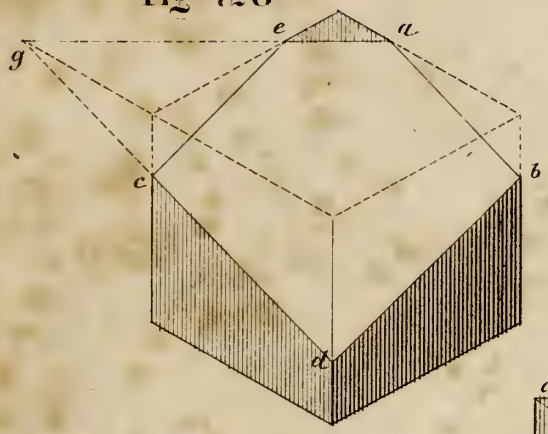


Fig 130.

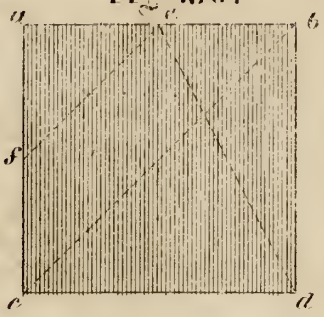


Fig 131.

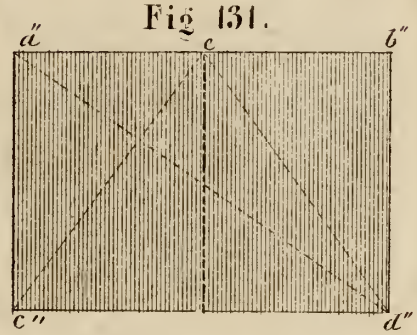


Fig 129.

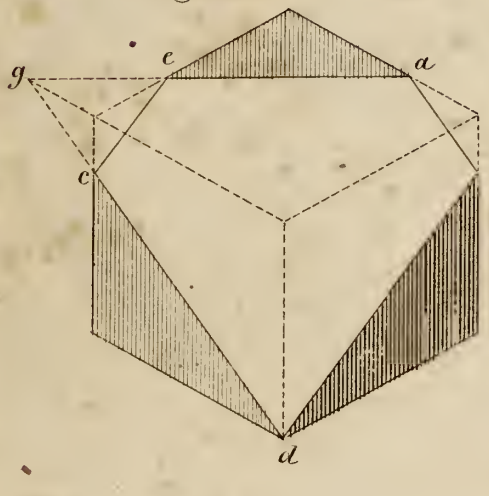


Fig. 133.

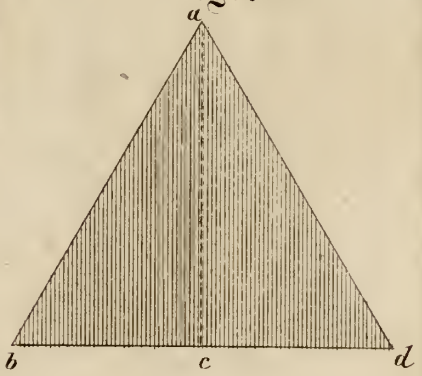


Fig. 132.

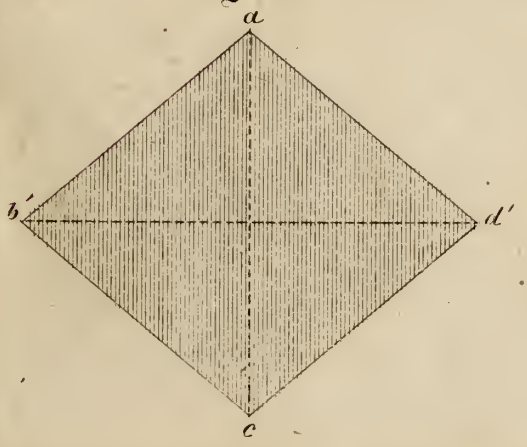


Fig. 134.

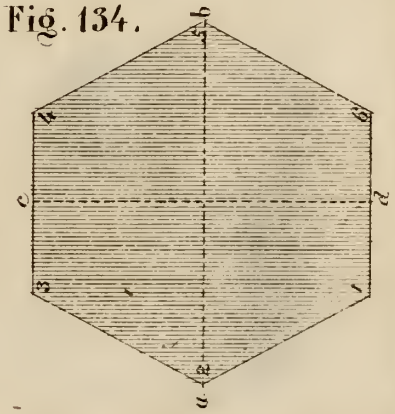


Fig. 135.

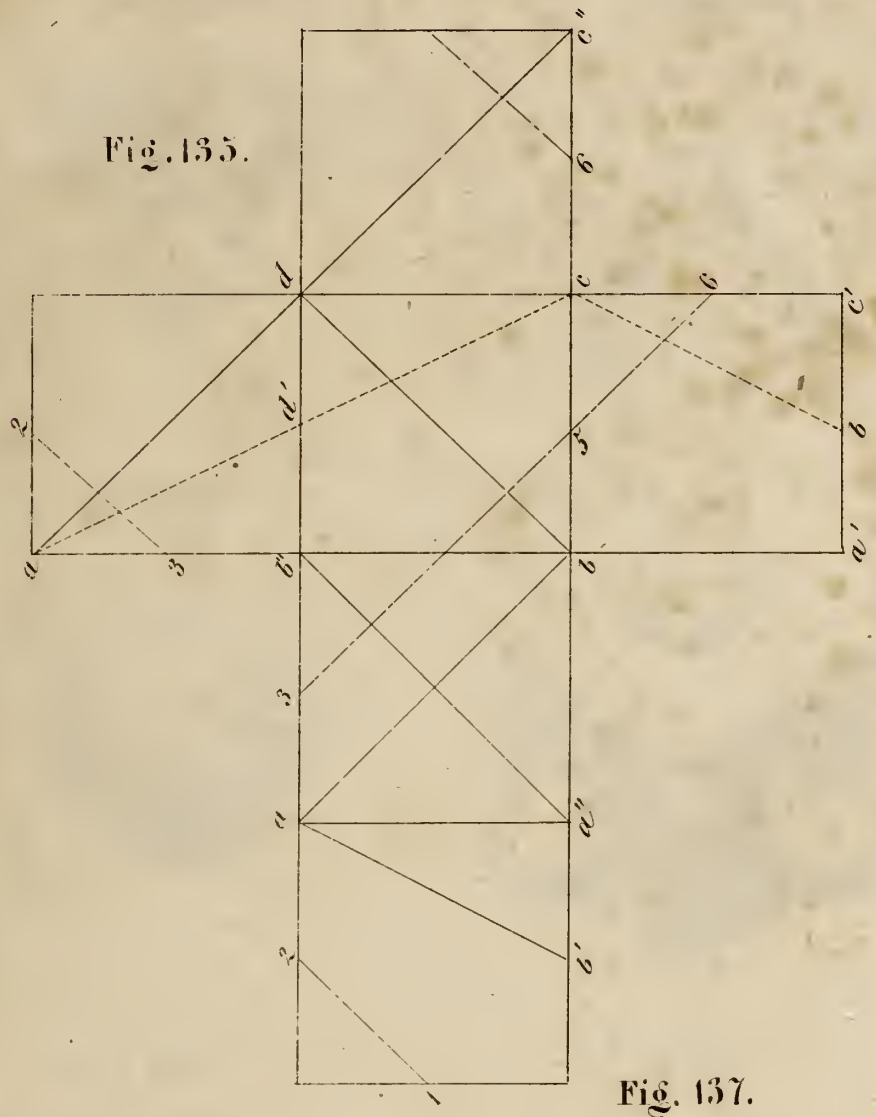


Fig. 136.

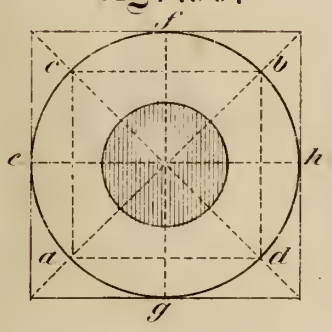


Fig. 137.

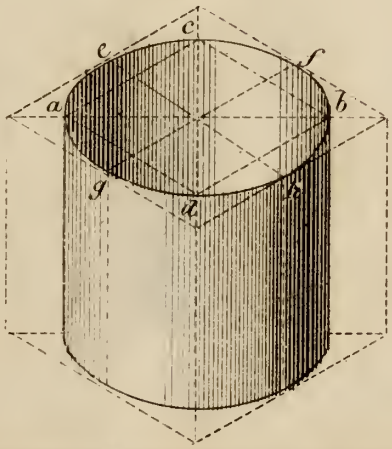


Fig. 138.

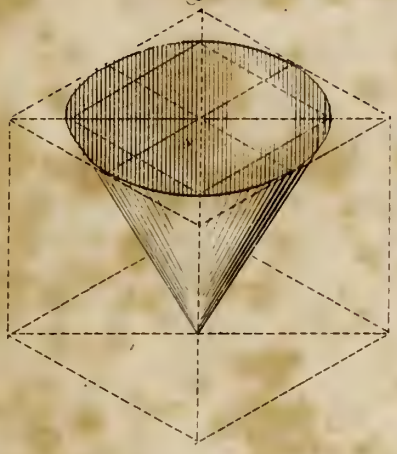


Fig. 139.

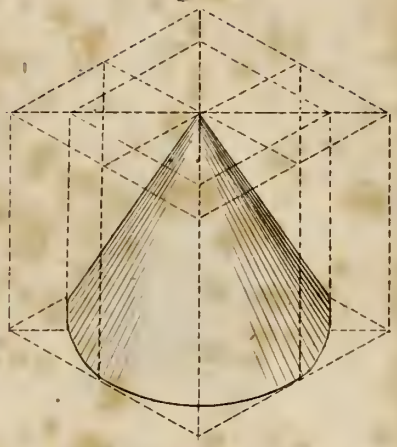


Fig. 140.

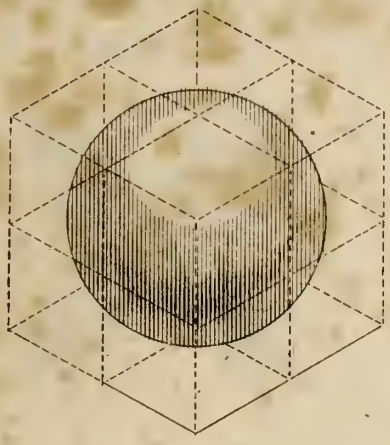


Fig. 141.

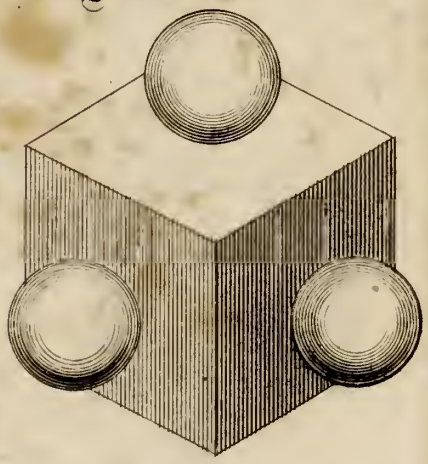


Fig. 142.

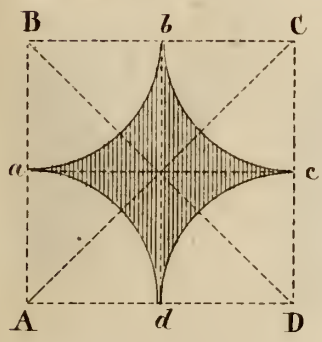


Fig. 143.

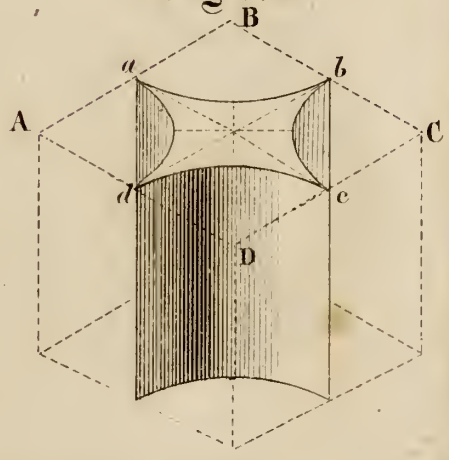


Fig. 144.

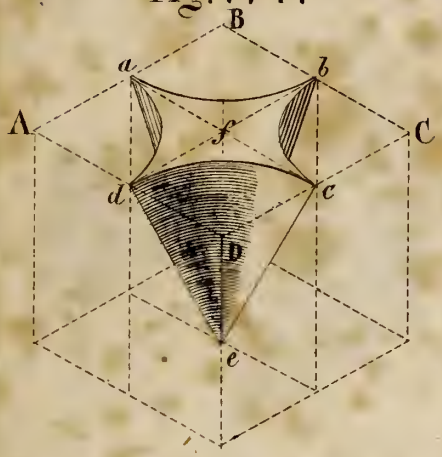


Fig. 145

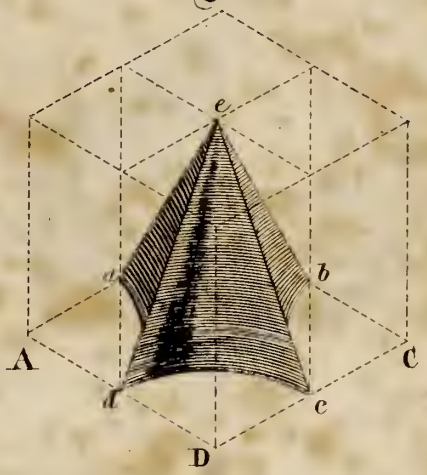


Fig. 146.

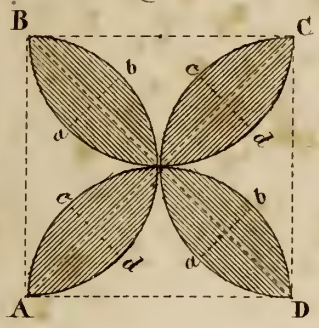


Fig. 147

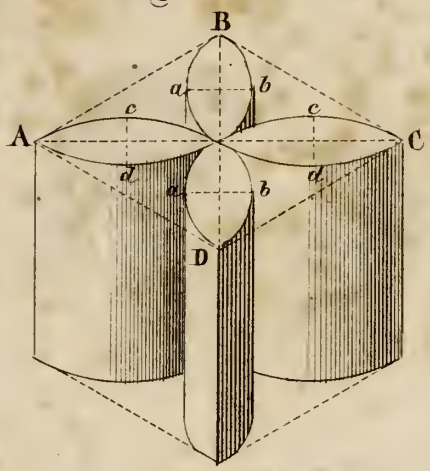


Fig. 148.

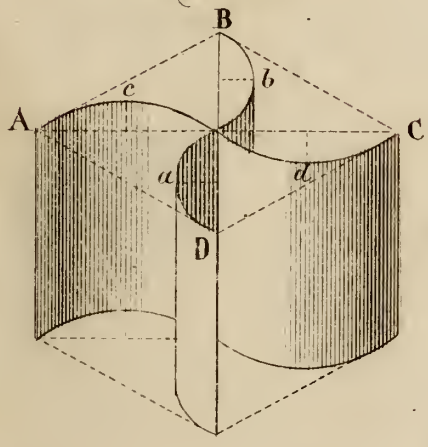


Fig. 149.

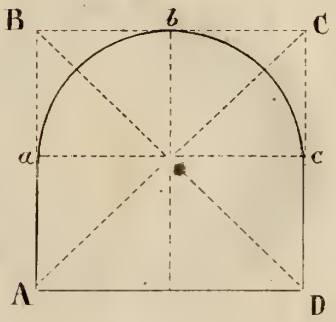


Fig. 150.

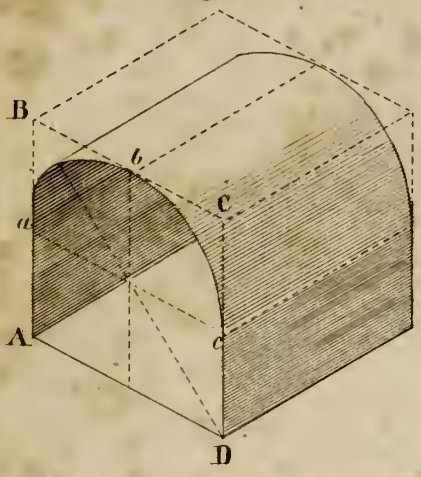


Fig. 151.

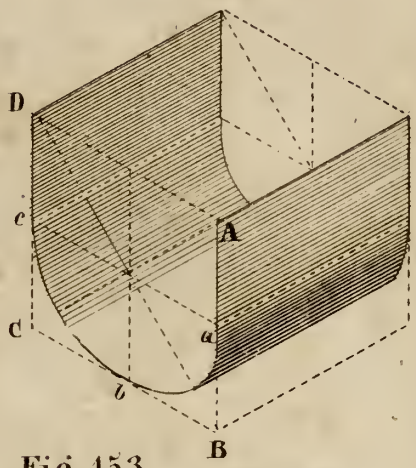


Fig. 152.

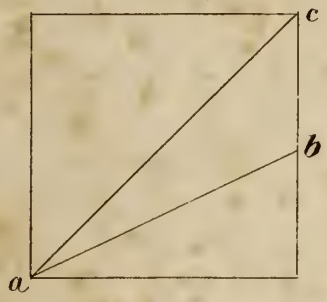


Fig. 153.

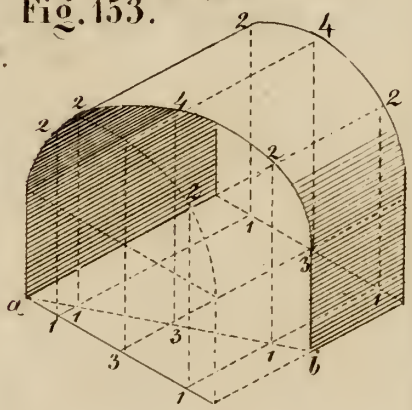


Fig. 154

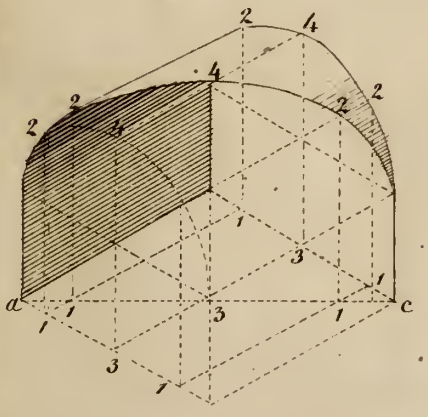


Fig. 155.

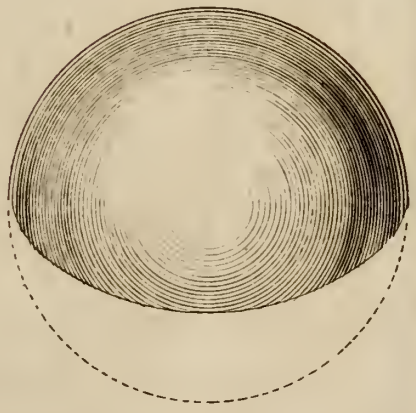


Fig. 156.

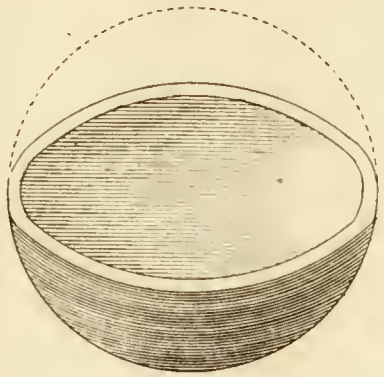


Fig. 157.

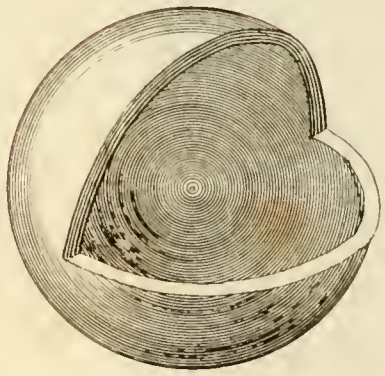


Fig. 158.

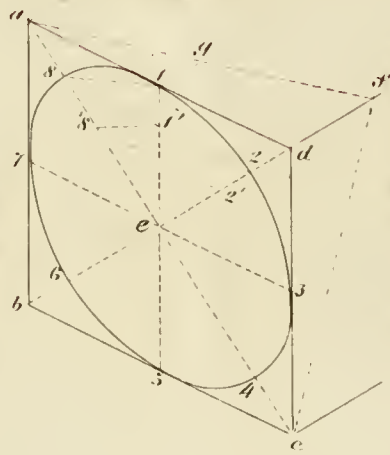


Fig. 159.

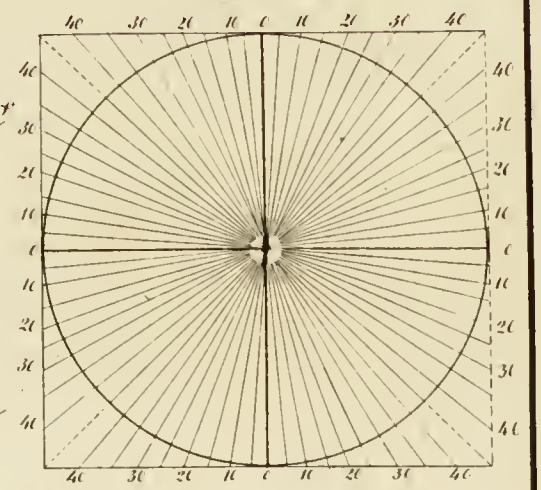


Fig. 160.

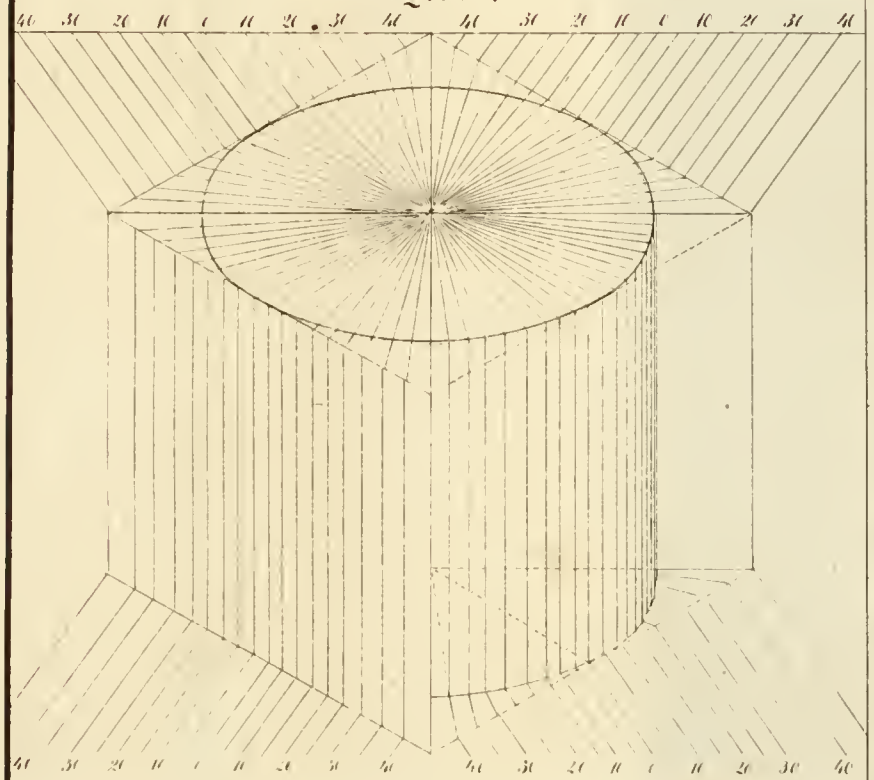


Fig. 161.

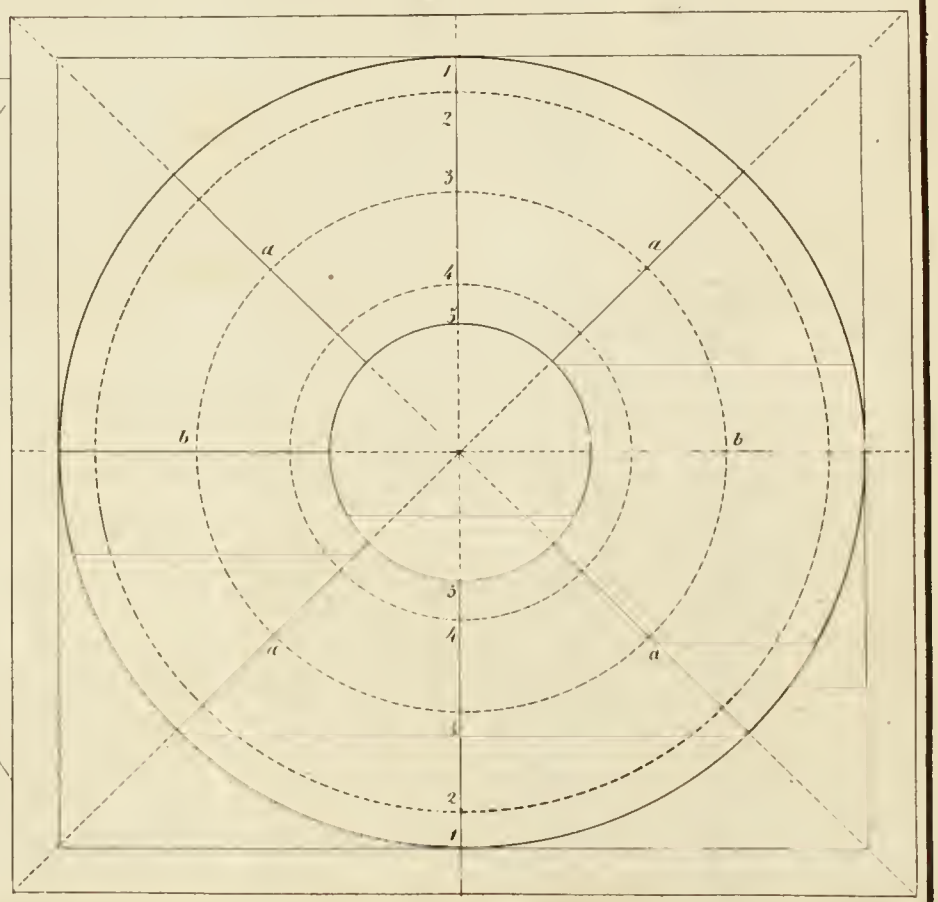


Fig. 162.

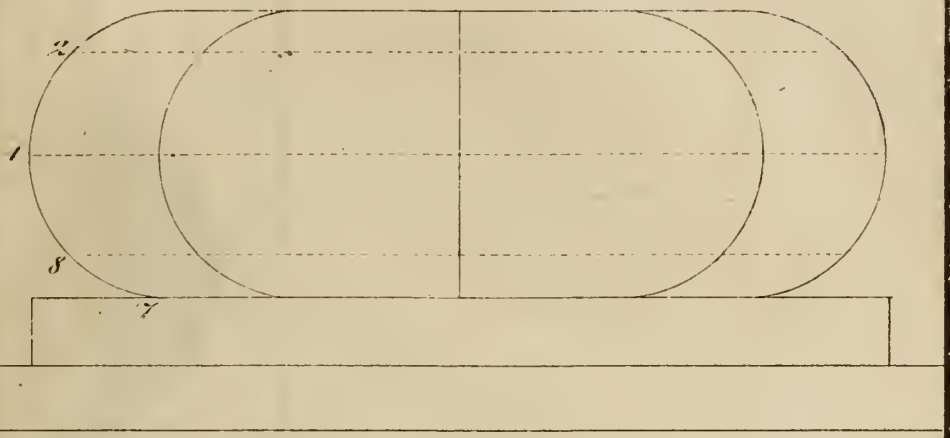


Fig. 163.

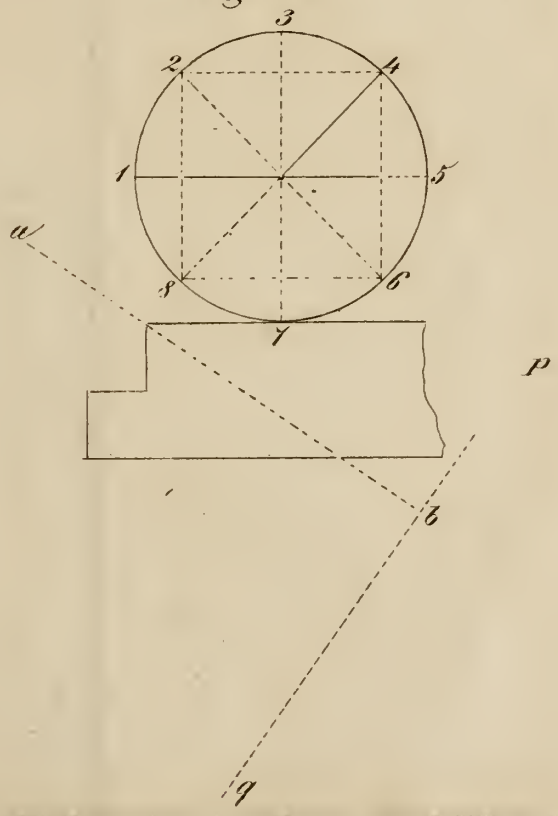


Fig. 164

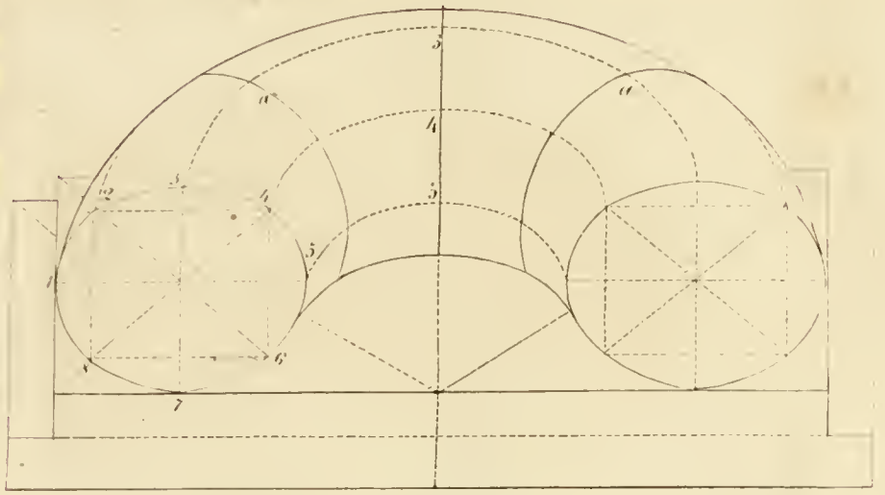


Fig. 167.

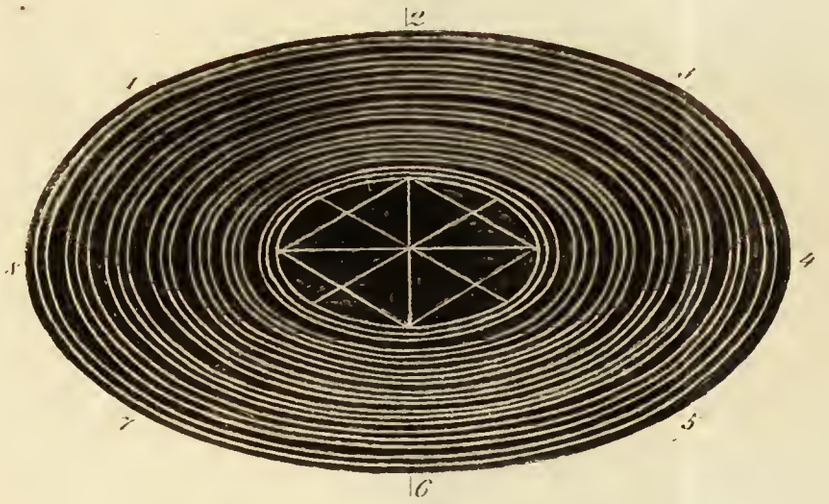


Fig. 165.

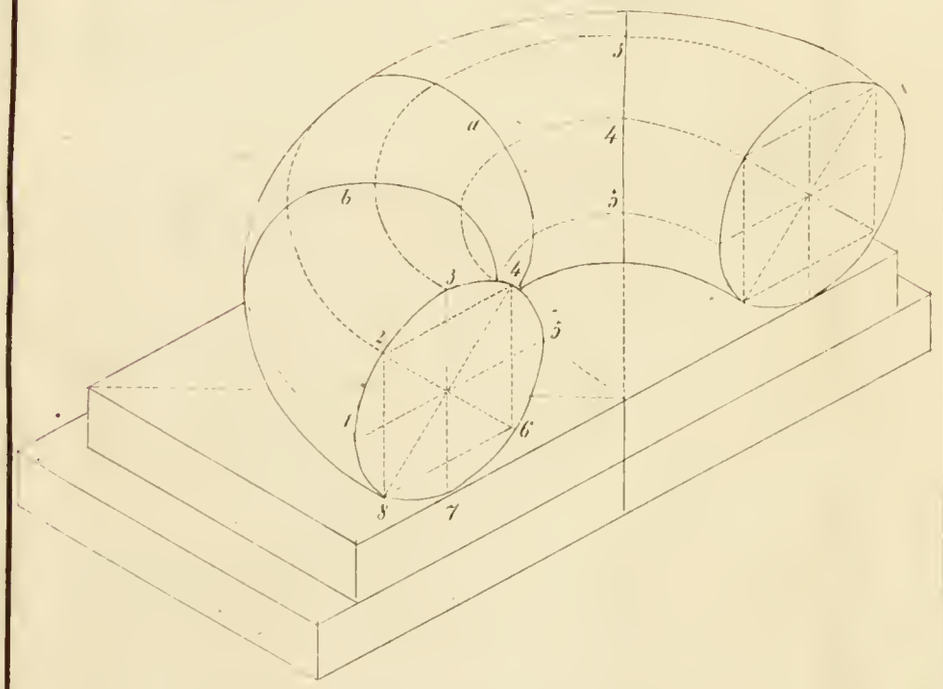


Fig. 166.

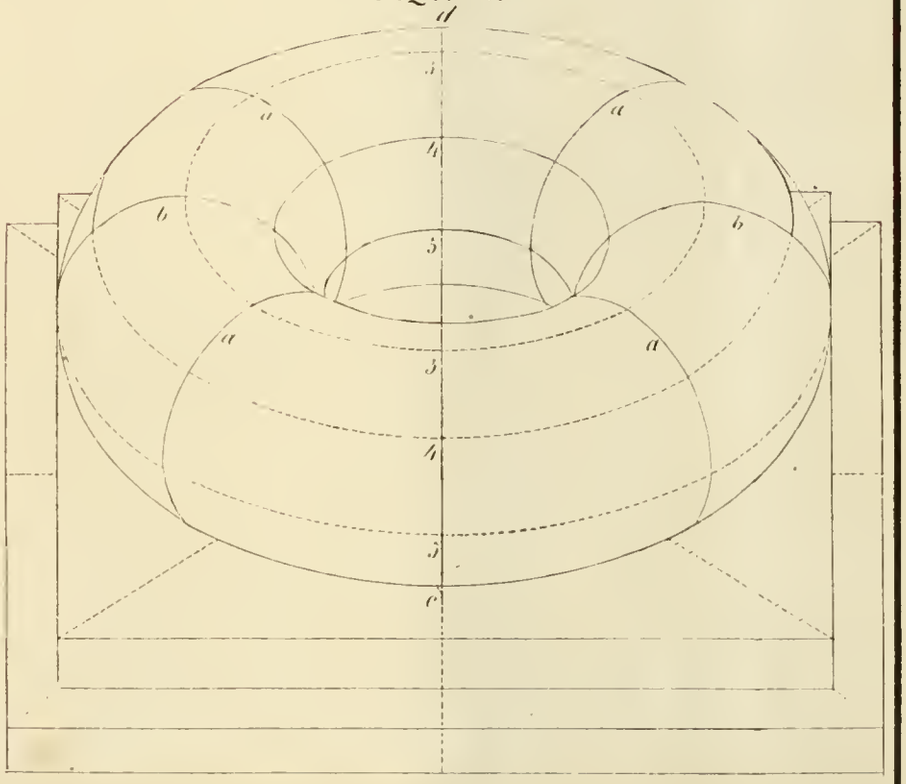


Fig. 168.

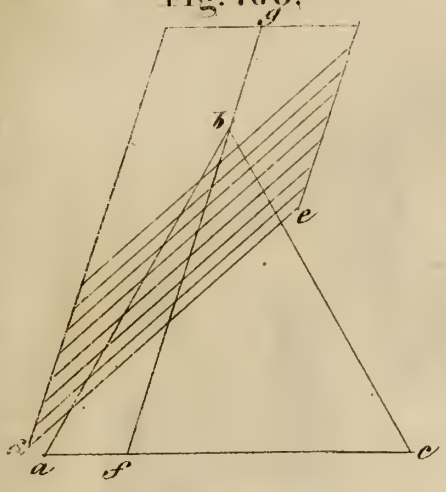


Fig 169.

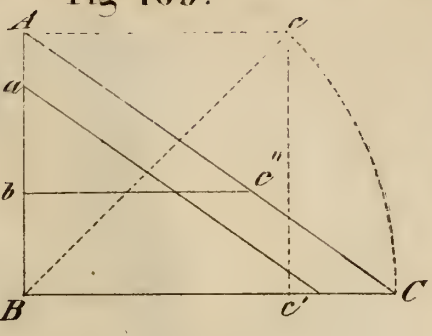


Fig 170.

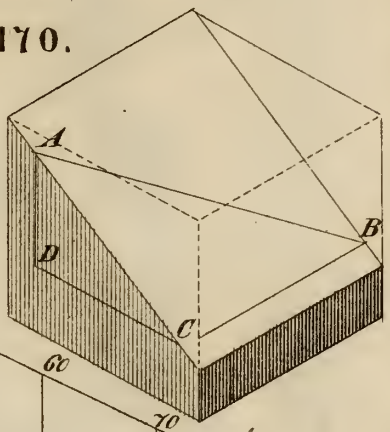


Fig. 173.

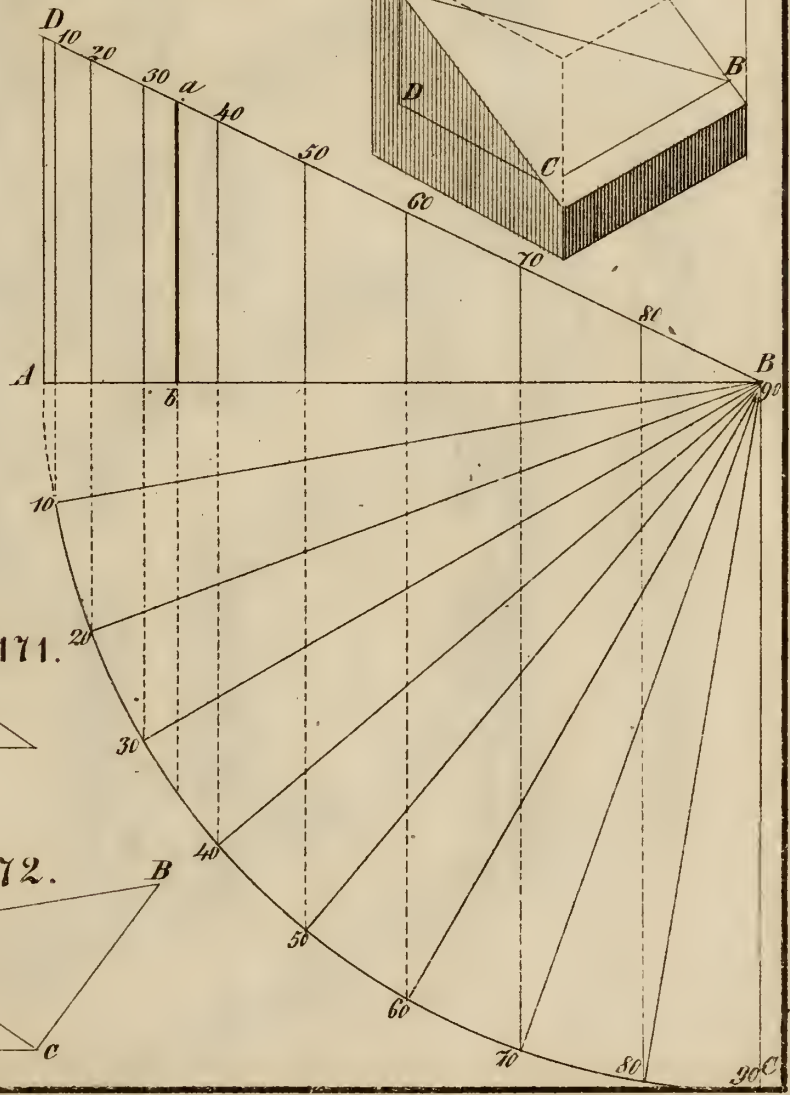


Fig 171.

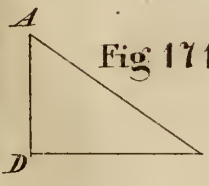


Fig. 172.

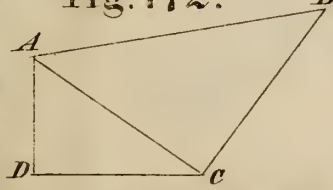


Fig. 174.

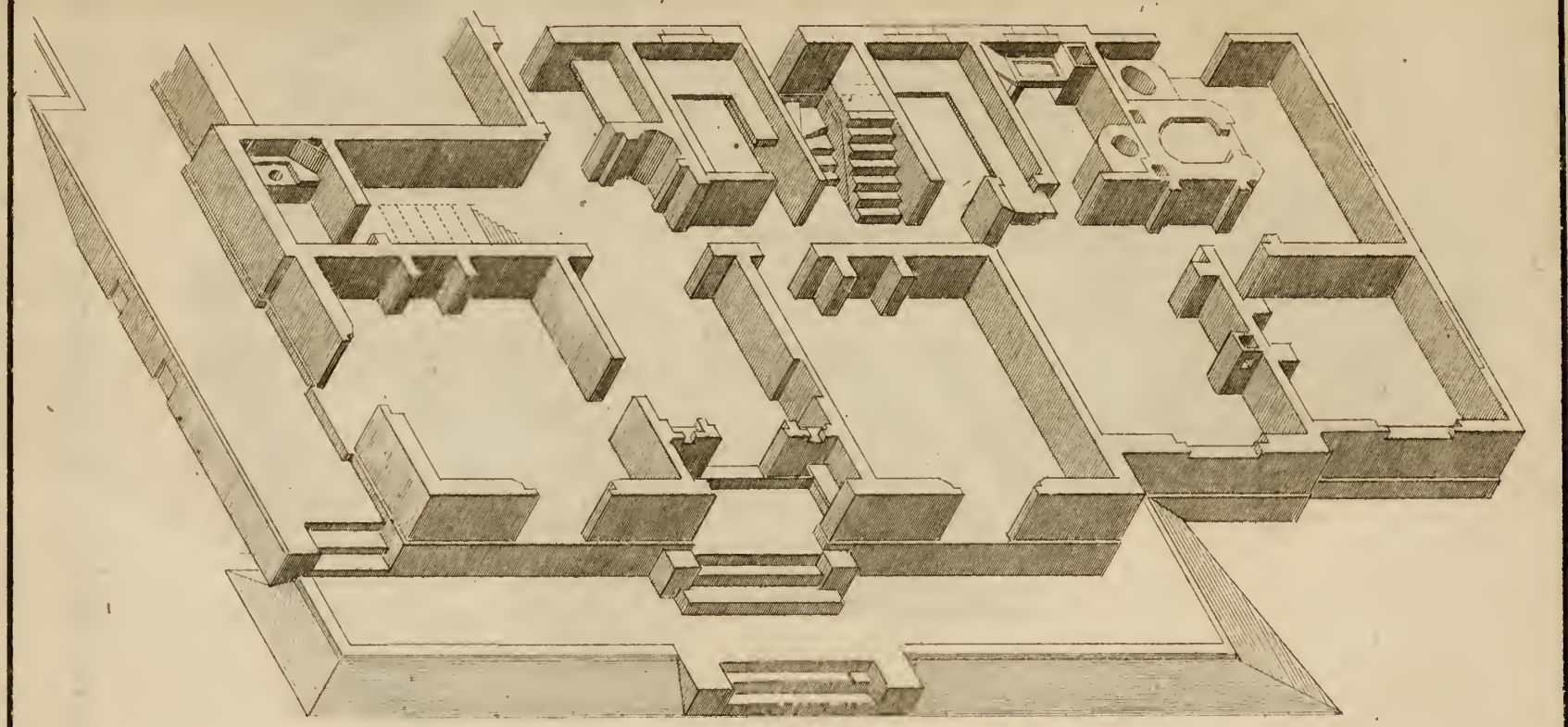


Fig. 175.

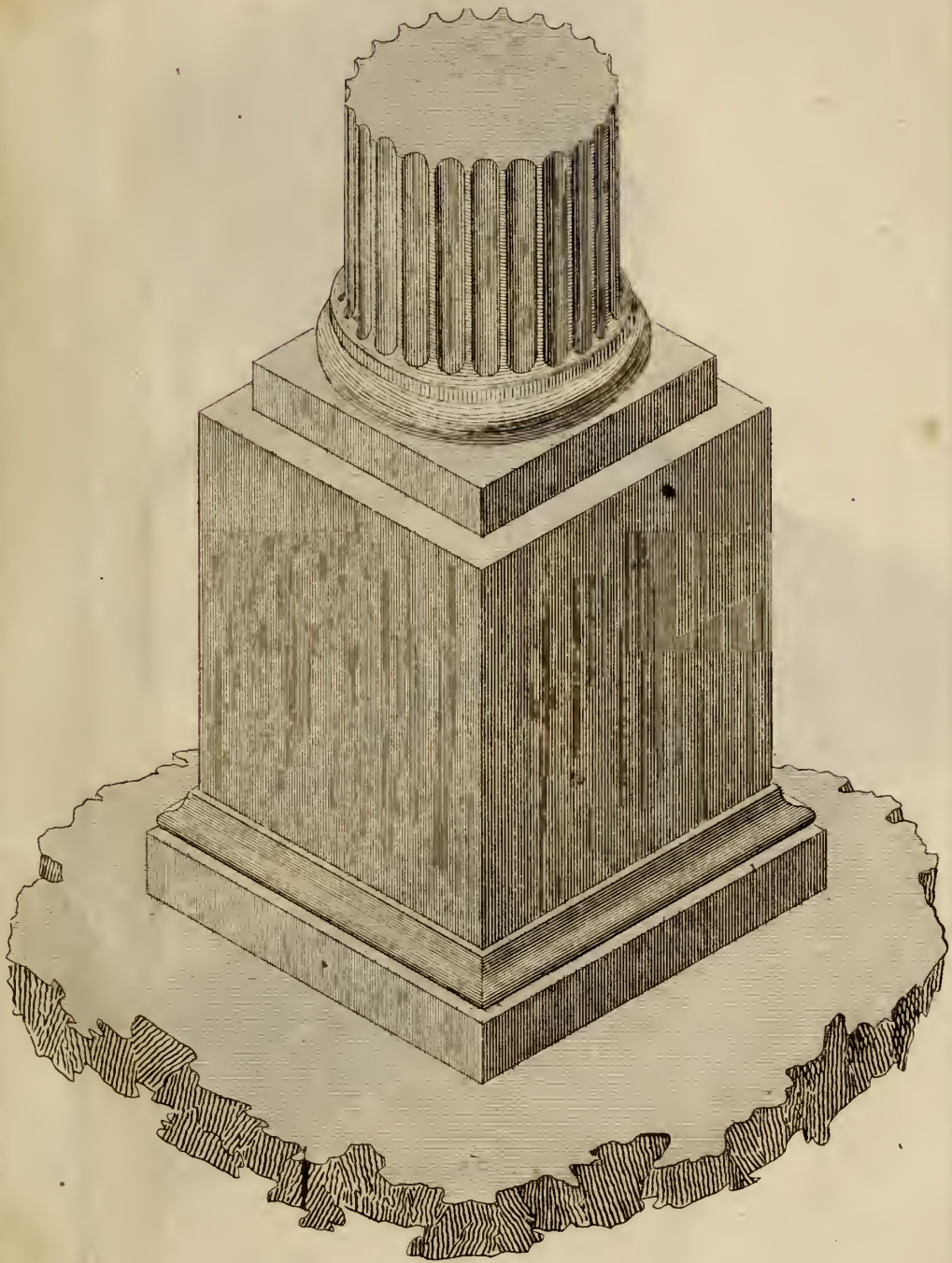
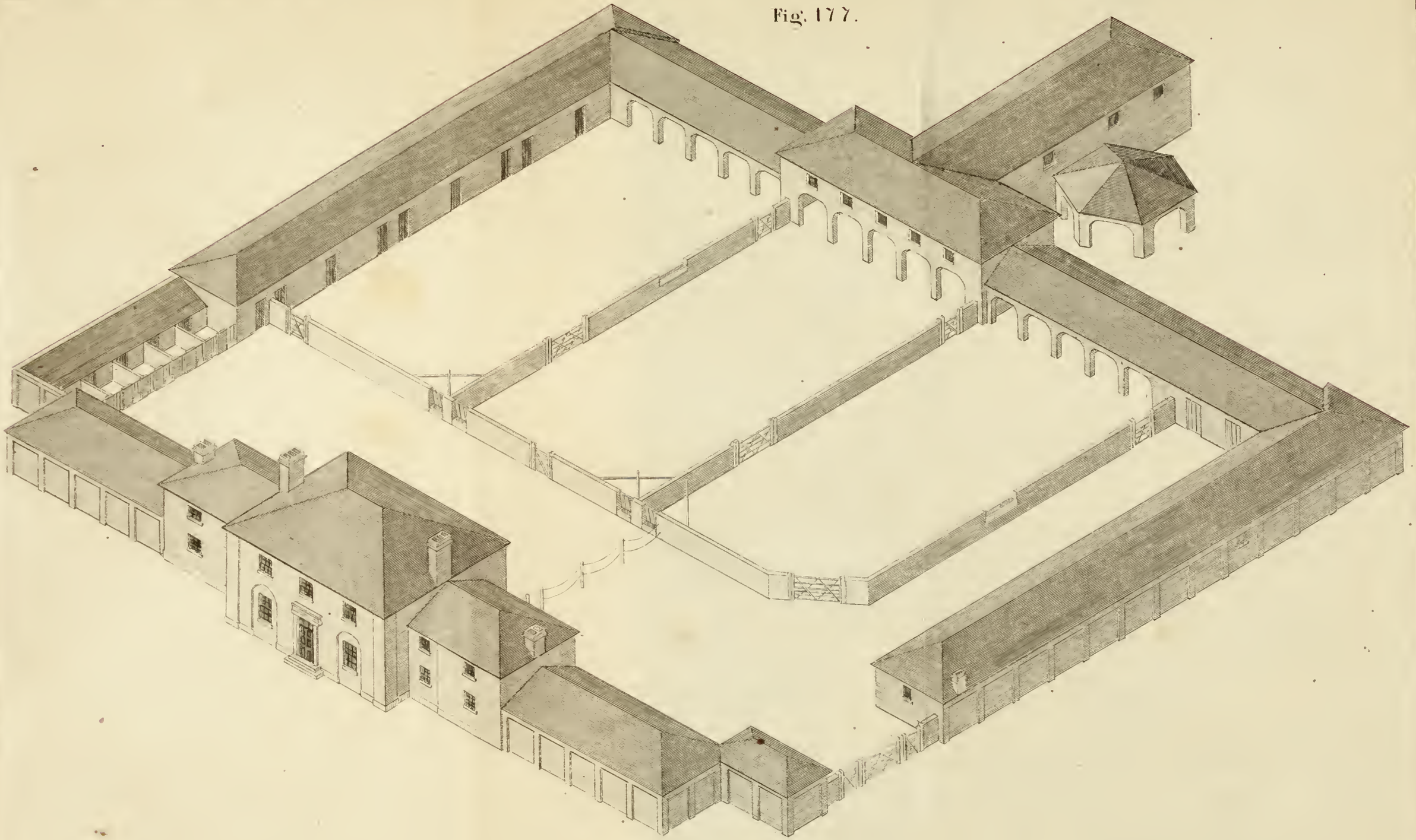
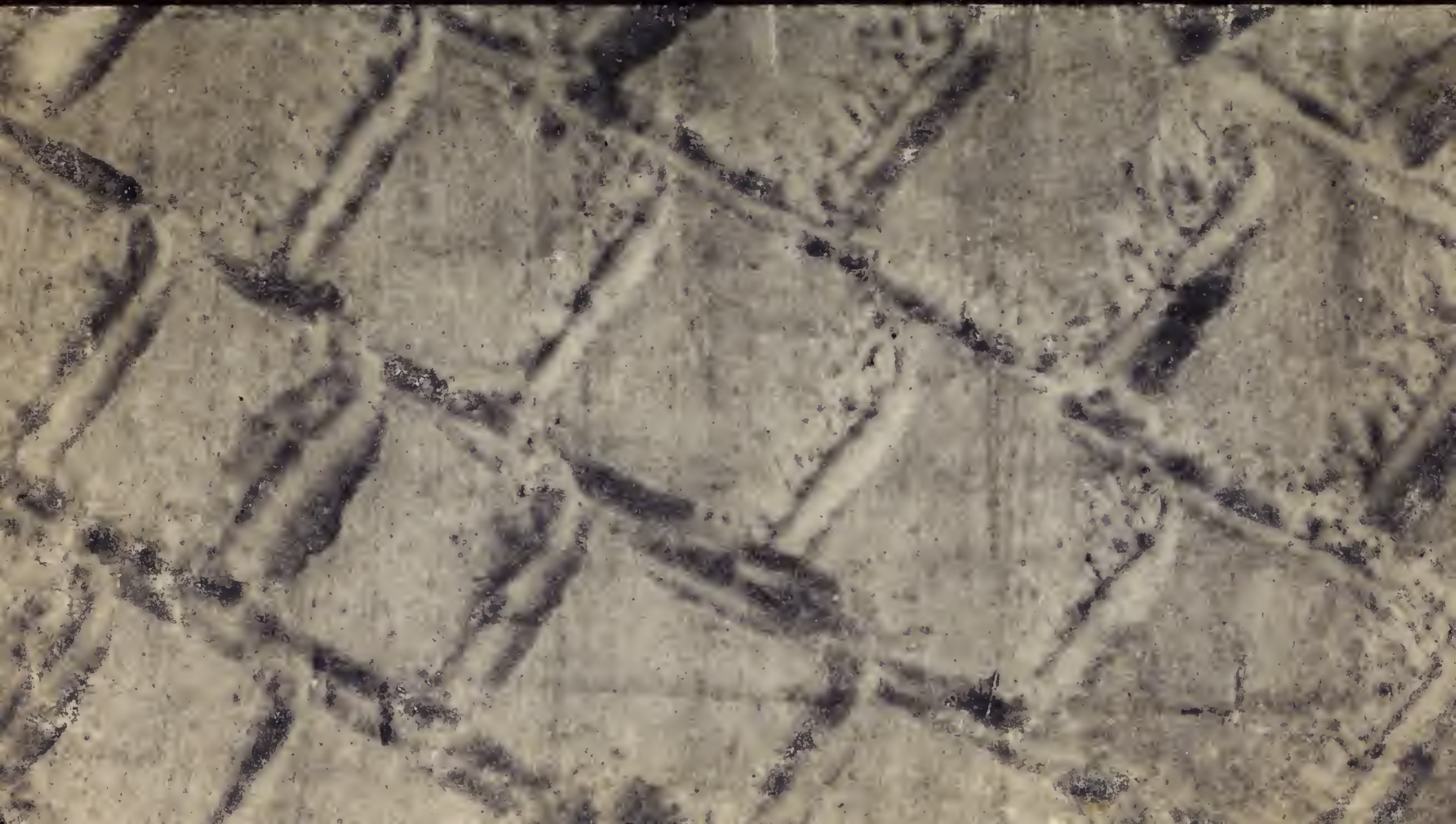


Fig. 177.



10 5 0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150

BRIGHAM YOUNG UNIVERSITY
3 1197 21833 0386